Analisi Matematica 1- Lista n. 12

Esercizi di riepilogo sui limiti di funzioni

Titolo nota

www.problemisvolti.it

Calcolare, SENZA usare gli sviluppi di Taylor, i seguenti limiti:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} x \sin\left(\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)\right)$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\frac{\pi}{2}-\arctan x}{\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)}$

3) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\pi + 2\arctan\frac{1}{x}}{e^x - \sqrt{1+x}}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\cdot\left(\sqrt[3]{1+\sin\frac{1}{x}} - \cos\frac{1}{x}\right)$

5) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+\arctan 2x\right)^{\frac{3+\sin x}{x}}$

6) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+|x|\right)^{\frac{1}{x}}$

7) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\cos x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

8) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$

9) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} (\tan x)^{\cos x}$

10) $\lim\limits_{x\to e} (\ln x)^{\ln|x-e|}$

11) $\lim\limits_{x\to e} (\ln x)^{\frac{1}{\ln^3(\ln x)}}$

12) $\lim\limits_{x\to e} (\ln x)^{\frac{1}{\ln^4(\ln x)}}$

13) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{-\frac{1}{x}}$

14) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\frac{1}{x}}$

15) $\lim\limits_{x\to+\infty} |\sin x|^x$

16) $\lim\limits_{x\to+\infty} |\sin(\sin x)|^x$

17) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(1+\sin\frac{1}{x}\right)^{\sin x}$

18) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\sin\frac{1}{x}\right)^{\sin x}$

19) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x^\alpha}{e^x - \sin\frac{1}{x}}$ (al variare del parametro $\alpha>0$)

20) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\alpha + \sin\frac{1}{x} + \cos\frac{1}{x}}{x}$ (al variare del parametro $\alpha>0$)

21) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\lfloor x\rfloor}{x}$

22) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left\lfloor \dfrac{1}{x}\right\rfloor\cdot \sin x$

23) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{\lfloor x\rfloor} - \lfloor\sqrt{x}\rfloor}{\ln(\ln x)}$

24) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\lfloor x^2\rfloor - (\lfloor x\rfloor)^2}{x^\alpha}$ (al variare del parametro $\alpha>0$)

Calcolare, <u>SENZA</u> usare gli sviluppi di Taylor e <u>SENZA</u> usare la formula di Stirling, i seguenti limiti di successioni:

25) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}$

26) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin n}{n}$

27) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \ln\left(1+n^n\right)\cdot\ln\left(1+e^{-n}\right)$

28) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[n]{\cos\frac{1}{n}}-1}{\tan\frac{1}{n}-\sin\frac{1}{n}}$

29) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n^2\cdot\left(\sqrt[n^2]{e}-\sqrt[3]{\frac{n^2-1}{n^2}+\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}\right)$

30) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n\left(\sqrt[n]{3}-\sqrt[n]{2}\right)$

31) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{(2n)!}\right)\cdot\ln\left(1+e^{2^n}\right)}{\sin\left(\frac{1}{n^{2n}}\right)\cdot\cos\left(\pi\cdot n!\right)}$

32) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[n]{(n+1)!}-\sqrt[n]{n!}}{\sqrt{n}}$

33) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n^6\cdot\left(\tan\frac{1}{n^2}-\sin\frac{1}{n^2}\right)$

34) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n^3\cdot\left(\tan\frac{1}{n^2}-\left(\sin\frac{1}{n}\right)^2\right)$

35) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\cos\frac{1}{n!}-\frac{2}{\pi}\arctan n^{\alpha n}\right)\cdot n^{\alpha n}$ (al variare del parametro $\alpha>0$)

Nei casi seguenti dire se ciascuna funzione è o-piccolo, O-grande, dello stesso ordine e/o asintoticamente equivalente alle altre, per x che tende al valore a fianco indicato:

36) $f(x)=x^x-e^x \qquad g(x)=x^{x^2}-e^x \qquad h(x)=x^x-e^{x^2}$ $\boxed{\text{per } x\to0^+}$

37) $f(x)=e^{x^5}+\left(x^2\right)^{x^2} \qquad g(x)=e^{\left(\ln x^2\right)^{\ln x^2}} \qquad h(x)=e^{x^4}$ $\boxed{\text{per } x\to-\infty}$

38) $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x^2} \qquad g(x)=(1+x)^x\left(\frac{\pi}{2}-\arctan x^2\right) \qquad h(x)=(100x)^{\frac{x}{\ln x}}$ $\boxed{\text{per } x\to+\infty}$

39) $f(x)=(\cos x)^{\sin x}-1 \qquad g(x)=(\tan x)^{\sin x}-(\sin x)^{\tan x} \qquad h(x)=\tan(\tan x)-\sin(\sin x)$ $\boxed{\text{per } x\to0^+}$

40) $f(x)=\sqrt[3]{\frac{8x^2+\ln x}{x^2+1}}-2 \qquad g(x)=\ln\left(1+x^x\right)+\frac{(x-x^3)\ln x}{x^2+1} \qquad h(x)=\frac{\left(x+\frac{1}{x}\right)^{\ln x}-x^{\ln x}}{x^{100}+x^{\ln x}}$ $\boxed{\text{per } x\to+\infty}$