Analisi Matematica 1 - Lista n. 6

Operazioni tra limiti e catena degli infiniti

www.problemisvolti.it

NOTA: Tutti i limiti di questa lista si possono (e devono!) calcolare utilizzando, oltre a ciò che si poteva già usare per la lista **5**, **SOLO** i teoremi sulle **OPERAZIONI TRA LIMITI** e le regole standard di **CONFRONTO TRA INFINITI**. Occasionalmente può essere utile utilizzare i risultati descritti dai problemi **(41)** e **(42)**.

1) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{2^n}{n^{100}} = +\infty$

2) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{\log_5(n^{100}+2)}{n!} = 0$

3) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{n^3} = +\infty$

4) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{n^n}{2^{2n}} = +\infty$

5) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{(-5)^n}{n!} = 0$

6) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{(-5)^n}$ $\boxed{\text{NON ESISTE}}$

7) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}{n!} = 0$

8) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{n}}{\log_2(n^4+1)} = +\infty$

9) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{\log_2(n^2)}{(\log_2 n)^2} = 0$

10) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{\log_{10}(n^4)}{(\log_3 n)^2} = 0$

11) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{n^5\cdot 2^n + n^{10}}{n^2+3^n} = 0$

12) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{n^4 \log_5 n^2}{(n-1)^5} = 0$

13) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} 3^n - 2^n = +\infty$

14) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} (-3)^n - 2^n$ $\boxed{\text{NON ESISTE}}$

15) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} 3^n - (-2)^n = +\infty$

16) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = 0$

17) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n^3} = +\infty$

18) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{n^{n+1} + 2^{n^2}}{(2n)!} = +\infty$

19) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{\left(3+\frac{1}{n}\right)^n}{\left(4-\frac{1}{n}\right)^n} = 0$

20) $\displaystyle \lim_{n\to+\infty} \frac{2^{1+\log_3 n}}{n} = 0$

21) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n-1)!}{2^{n+1}} = +\infty$

22) $\lim_{n\to+\infty} \frac{100^{\sqrt{n}}}{10^n} = 0$

23) $\lim_{n\to+\infty} \frac{10^{n^3}}{1000^n} = +\infty$

24) $\lim_{n\to+\infty} \frac{2^{\sqrt{n}}}{n^{100}} = +\infty$

25) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^2}{(n^2)!} = 0$

26) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^{2n}}{2^{n^2}} = 0$

27) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)!}{n^n} = 0$

28) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+100)!}{n^n} = 0$

29) $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n!+1} = +\infty$

30) $\lim_{n\to+\infty} \log_n(1+n!) = +\infty$

31) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!\cdot 2^n}{(2n)!} = 0$

32) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} = 0$

33) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^2\cdot 2^n}{(2n)!} = 0$

34) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^2\cdot 3^n}{(2n)!} = 0$

35) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^2}{n^n} = +\infty$

36) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{(\ln(\ln n))^{\ln n}} = 0$

37) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{(\ln n)^{\ln(\ln n)}} = +\infty$

38) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{n!}}{(n^n)!} = 0$

39) $\lim_{n\to+\infty} \frac{2^{n!}}{(2^n)!} = +\infty$

40) $\lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)!}{n^{n^n}} = 0$

41) Date 2 successioni: (a_n) a valori in $\mathbb{R}$ e (K_n) a valori in $\mathbb{N}$, tale che $K_n \to +\infty$ per $n\to+\infty$. Dimostrare che se a_n ha limite ℓ (finito o infinito) allora si ha anche $\lim_{n\to+\infty} a_{K_n} = \ell$.

42) Data la successione (a_n), mostrare che se $a_n \to +\infty$, allora, per ogni $A, B \in \mathbb{R}$ tali che $A>1$ e $B>0$ si ha:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log_A(a_n)}{(a_n)^B} = 0, \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{(a_n)^B}{A^{a_n}} = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{A^{a_n}}{(a_n)^{a_n}} = 0.$$