

# Risposte lista E1 - Prerequisiti e Topologia

**Nota.** [15 settembre 2017] I seguenti risultati sono già stati ricontrollati, se tuttavia ci fosse ancora qualche errore, vi sarò grato se me lo segnalerete all'indirizzo: [callegar@mat.uniroma2.it](mailto:callegar@mat.uniroma2.it)

**1.** Le risposte corrette sono:  $\inf A = -1$ ,  $\min A$  non esiste,  $\sup A = \max A = 1$ ,  $\partial A = [-1, 0] \cup \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$  e

$$\partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{-1, 0\} \cup \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}.$$

Per la parte facoltativa la risposta è no: per dimostrarlo fare prima vedere che la frontiera è sempre un insieme chiuso, dopodiché mostrare che per ogni insieme chiuso  $C$  si ha sempre  $\partial(\partial C) = \partial C$ .

**2.** Le risposte corrette sono:  $\inf A = \min A = -1$ ,  $\sup A = 2$ ,  $\max A$  non esiste,  $\partial A = [0, 2] \cup \left\{ -\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$

$$\text{e } \partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{0, 2\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}.$$

La parte facoltativa è identica a quella del problema 1.

**3.** Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\sup A = 4$ ,  $\min A$  e  $\max A$  non esistono,  $\partial A = [1, 4] \cup \{0\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$

$$\text{e } \partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{0, 1, 4\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}.$$

La parte facoltativa è identica a quella del problema 1.

**4.** Le risposte corrette sono:  $\inf A = -1$ ,  $\sup A = 2$ ,  $\min A$  e  $\max A$  non esistono,  $\partial A = [-1, 1] \cup \{2\} \cup \left\{ 2 - \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$  e  $\partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{-1, 1, 2\} \cup \left\{ 2 - \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$ .

La parte facoltativa è identica a quella del problema 1.

**5.** Le risposte corrette sono:  $\overset{\circ}{A} = \emptyset$ ,  $\partial A = [2014, 2015] \cup \{2016\}$ ,  $\text{esterno}(A) = (-\infty, 2014) \cup (2015, 2016) \cup (2016, +\infty)$  e  $DA = [2014, 2015]$ .

**6.** Le risposte corrette sono:  $\overset{\circ}{A} = \emptyset$ ,  $\partial A = \{2014\} \cup [2015, 2016]$ ,  $\text{esterno}(A) = (-\infty, 2014) \cup (2014, 2015) \cup (2016, +\infty)$  e  $DA = [2015, 2016]$ .

**7.** Le risposte corrette sono:  $\overset{\circ}{A} = \emptyset$ ,  $\partial A = (-\infty, 2014] \cup \{2015\} \cup [2016, +\infty)$ ,  $\text{esterno}(A) = (2014, 2015) \cup (2015, 2016)$  e  $DA = (-\infty, 2014] \cup [2016, +\infty)$ .

**8.** Le risposte corrette sono:  $\overset{\circ}{A} = \emptyset$ ,  $\partial A = [2014, 2015] \cup \{2016\}$ ,  $\text{esterno}(A) = (-\infty, 2014) \cup (2015, 2016) \cup (2016, +\infty)$  e  $DA = [2014, 2015]$ .

**9.** Le risposte corrette sono:  $\inf A = \min A = \frac{1}{4}$ ,  $\sup A = \frac{1}{e}$  e  $\max A$  non esiste.

**10.** Le risposte corrette sono:  $\inf A = \frac{1}{e}$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = \frac{1}{2}$ .

**11.** Le risposte corrette sono:  $\inf A = \min A = 2$ ,  $\sup A = e$  e  $\max A$  non esiste.

**12.** Le risposte corrette sono:  $\inf A = e$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 4$ .

**13.** Le risposte corrette sono:  $\overset{\circ}{A} = \mathbf{Z}^c$ ,  $\partial A = \mathbf{Z}$ ,  $\text{esterno}(A) = \emptyset$  e  $DA = \mathbf{R}$ .

**14.** Le risposte corrette sono:  $\overset{\circ}{A} = (1, +\infty)$ ,  $\partial A = [-1, 1]$ ,  $\text{esterno}(A) = (-\infty, -1)$  e  $DA = [-1, +\infty)$ .

**15.** Le risposte corrette sono:  $\inf B = 0$ ,  $\min B$  non esiste,  $\sup B = \max B = 4$ ,  $\partial B = [0, 1]$  e  $\partial(\partial B) = \{0, 1\}$ .

16. Le risposte corrette sono:  $\inf B = \min B = 3$ ,  $\sup B = +\infty$ ,  $\max B$  non esiste,  $\partial B = [3, +\infty)$  e  $\partial(\partial B) = \{3\}$ .
17. Le risposte corrette sono:  $\inf B = -\infty$ ,  $\min B$  non esiste,  $\sup B = -3$ ,  $\max B$  non esiste,  $\partial B = (-\infty, -3]$  e  $\partial(\partial B) = \{-3\}$ .
18. Le risposte corrette sono:  $\inf B = -1$ ,  $\min B$  non esiste,  $\sup B = 0$ ,  $\max B$  non esiste,  $\partial B = [-1, 0]$  e  $\partial(\partial B) = \{-1, 0\}$ .
19. Per il punto (a) la risposta corretta è:  $f(f(x))$  è identicamente nulla.  
Per il punto (b) basta prendere  $f(x) = \frac{|x-1| + 2015 - |x-2016|}{2}$ .
20. Per il punto (a) basta osservare che  $\sqrt{k+1} - \sqrt{k} = \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}} \rightarrow 0$  decrescendo.  
Per il punto (b), dopo aver preso  $n_0 \in \mathbf{N}$  tale che  $\sqrt{n_0+1} - \sqrt{n_0} < (b-a)$ , si prende come  $k_0$  il più piccolo  $k \in \mathbf{N}$  tale che  $\sqrt{n_0+k} - \sqrt{n_0} > a$  e si dimostra che  $\sqrt{n_0+k_0} - \sqrt{n_0} < b$ .
21. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 4$ .
22. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 1$ .
23. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 3$ .
24. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 2$ .
25. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 2$ .
26. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 4$ .
27. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 1$ .
28. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\min A$  non esiste e  $\sup A = \max A = 5$ .
29. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\sup A = +\infty$ ,  $\min A$  e  $\max A$  non esistono.
30. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\sup A = +\infty$ ,  $\min A$  e  $\max A$  non esistono.
31. Le risposte corrette sono:  $\inf A = 0$ ,  $\sup A = +\infty$ ,  $\min A$  e  $\max A$  non esistono.
32. Le risposte corrette sono:  $\inf A = -\infty$ ,  $\sup A = 0$ ,  $\min A$  e  $\max A$  non esistono.