

MAX. E MIN. LIBERI DI FUNZIONI IN PIÙ VARIABILI

(ULTERIORI QUESITI)

Nelle seguenti funzioni (che dipendono da un parametro $\alpha > 0$) dire per quali valori di α l'origine è un punto di MAX, di MIN o di SELLA:

1) $f(x,y) = x^8 + y^4 - (x^2 + y^4)^\alpha$

2) $f(x,y) = x^8 + y^4 - (2x^2 + y^4)^\alpha$

3) $f(x,y) = x^8 + 2y^6 - (x^2 + y^4)^\alpha$

4) $f(x,y) = x^8 + y^6 - (x^2 + y^4)^\alpha$

————— o ————— o ————— o —————

5) Sia data l'equazione algebrica nell'incognita λ :

$$\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + a_{n-2}\lambda^{n-2} + a_{n-3}\lambda^{n-3} + \dots + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

della quale supponiamo di sapere già che ha tutte le radici reali.

Dimostrare che:

a) tutte le radici dell'equazione sono strettamente negative se e solo se tutti i coefficienti a_i sono strettamente positivi.

b) tutte le radici dell'equazione sono strettamente positive se e solo se, gli a_i sono a segno alternato, cominciando da a_{n-1} che deve essere negativo.

————— o ————— o ————— o —————

Delle funzioni che seguono determinare i punti di max. e min. relativo, più eventuali punti stazionari che non siano di estremo relativo. Se necessario, per studiare il carattere della matrice Hessiana, usare il problema 5.

6) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^3 - xy - 3xz$

7) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + xyz$

8) $f(x,y,z) = (1 + x^2 + y^2) \sin z$

9) $f(x,y,z,w) = x^2 + y^2 + z^2 + 4w^2 + yz - xw$

10) $f(x,y,z,w) = 3x^4 + 4y^5 + 5z^6 + 2w^6 - 20yz + 12xw$

11) $f(x,y,z,w) = x^2 + 2y^2 + (w+x)(z-1) + z^3$