

MAX. E MIN. LIBERI DI FUNZIONI IN PIÙ VARIABILI

(ULTERIORI QUESITI)

Nelle seguenti funzioni (che dipendono da un parametro $\alpha > 0$) dire per quali valori di α l'origine è un punto di MAX, di MIN o di SELLA:

1) $f(x,y) = x^8 + y^4 - (x^2 + y^4)^\alpha$
MAX per $\alpha \leq 1$, SELLA per $1 < \alpha < 4$, MIN per $\alpha > 4$

2) $f(x,y) = x^8 + y^4 - (2x^2 + y^4)^\alpha$
MAX per $\alpha \leq 1$, SELLA per $1 < \alpha \leq 4$, MIN per $\alpha > 4$

3) $f(x,y) = x^8 + 2y^6 - (x^2 + y^4)^\alpha$
MAX per $\alpha < \frac{3}{2}$, SELLA per $\frac{3}{2} \leq \alpha \leq 4$, MIN per $\alpha > 4$

4) $f(x,y) = x^8 + y^6 - (x^2 + y^4)^\alpha$
MAX per $\alpha \leq \frac{3}{2}$, SELLA per $\frac{3}{2} < \alpha \leq 4$, MIN per $\alpha > 4$

5) Sia data l'equazione algebrica nell'incognita λ :

$$\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + a_{n-2}\lambda^{n-2} + a_{n-3}\lambda^{n-3} + \dots + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

della quale supponiamo di sapere già che ha tutte le radici reali.
Dimostrare che:

- tutte le radici dell'equazione sono strettamente negative se e solo se tutti i coefficienti a_i sono strettamente positivi.
- tutte le radici dell'equazione sono strettamente positive se e solo se, gli a_i sono a segno alternato, cominciando da a_{n-1} che deve essere negativo.

Delle funzioni che seguono determinare i punti di max. e min. relativo, più eventuali punti stazionari che non siano di estremo relativo. Se necessario, per studiare il carattere della matrice Hessiana, usare il problema 5.

6) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^3 - xy - 3xz$
(0,0,0) è SELLA (1,2,2) è MIN

7) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + xyz$
(0,0,0) è MIN $(-2,-2,-2)$ $(-2,2,2)$ $(2,-2,2)$ $(2,2,-2)$ SELLA

8) $f(x,y,z) = (1+x^2+y^2)\sin z$
(0,0, $\frac{\pi}{2} + k\pi$) con $k \in \mathbb{Z}$ è una sella

9) $f(x,y,z,w) = x^2 + y^2 + z^2 + 4w^2 + yz - xw$
(0,0,0,0) è un MIN

10) $f(x,y,z,w) = 3x^4 + 4y^5 + 5z^6 + 2w^6 - 20yz + 12xw$
SELLE: (0,0,0,0) (0,1,1,0) (1,0,0,1) (-4,0,0,1)
MIN: (1,1,1,1) (-1,1,1,-1)

11) $f(x,y,z,w) = x^2 + 2y^2 + (w+x)(z-1) + z^3$
(0,0,1,-3) è una sella