Analisi Matematica (II modulo)- Exe. 7

Titolo nota 15/08/2014

22 Aprile 2020 (14.00-16.00) - docente: Prof. **Emanuele Callegari** - Università di Roma ***Tor Vergata***

PER LE SEGUENTI SUCCESSIONI DI FUNZIONI DETERMINARE L'INSIEME A DI TUTTI GLI $x \in \mathbb{R}$ PER I QUALI C'È CONVERGENZA PUNTUALE, DOPODICHÉ DIRE QUALI SONO GLI INTERVALLI $I \subseteq A$ PER I QUALI C'È CONV. UNIFORME.

1 $f_n(x) = \dfrac{x^n}{1+x^{2n}}$

2 $f_n(x) = \dfrac{\sin(x^n)}{x^n}$

3 $f_n(x) = \sqrt[4]{\dfrac{1}{n}+x^2}$

4 $f_n(x) = \sqrt[n]{1+x^{2n}}$

5 $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+n^2x^2} \cdot \sin(nx)$

6 $f_n(x) = \dfrac{nx}{n^2+x^2} \cdot \sin\left(\dfrac{x}{n}\right)$

7 $f_n(x) = \dfrac{n^3 x}{n^2+x^2} \sin\left(\dfrac{x}{n}\right)$

8 $f_n(x) = (n+1)\left(\arctan\left(x+\frac{1}{n}\right) - \arctan x\right)$

DIMOSTRARE O CONFUTARE CIASCUNA DELLE SEGUENTI AFFERMAZIONI NELLE QUALI (f_n) È SEMPRE UNA SUCCESSIONE DI FUNZIONI CHE CONVERGE UNIFORMEMENTE A f SULL'INTERVALLO $(-2,2)$

9 ($\forall n$ f_n È STRETTAMENTE CRESCENTE) $\Rightarrow$ (f STRETTAMENTE CRESCENTE)

10 ($\forall n$ f_n È CONVESSA) $\Rightarrow$ (f CONVESSA)

11 ($\forall n$ f_n È UN POLINOMIO) $\Rightarrow$ (f È UN POLINOMIO)

12 ($\forall n$ f_n È UN POLINOMIO DI GRADO ≤ 2) $\Rightarrow$ (f È UN POLINOMIO DI GRADO ≤ 2)

13 ($\forall n$ f_n È LIPSCHITZIANA) $\Rightarrow$ (f È LIPSCHITZIANA)

14 $\left(\forall n\ f_n\right.$ HA COSTANTE DI LIPSCHITZ $\left.5\right) \Rightarrow \left(f\right.$ HA COSTANTE DI LIPSCHITZ $\left.5\right)$

15 $\left(\forall n\ f_n\right.$ HA UN MINIMO RELATIVO IN $\left.x=0\right) \Rightarrow \left(f\right.$ HA UN MINIMO RELATIVO IN $\left.0\right)$

---

16 **(PROBLEMA UN PO' PIŪ DIFFICILE)**

LE SUCCESSIONI (f_n) E (g_n) SONO DEFINITE PER RICORRENZA SULL' INTERVALLO $[1,2]$ NEL MODO SEGUENTE:

$$\begin{cases} f_0(x) = x \\ g_0(x) = x^3 \\ f_{n+1}(x) = \dfrac{2 f_n(x)\, g_n(x)}{f_n(x) + g_n(x)} \\ g_{n+1}(x) = \dfrac{f_n(x) + g_n(x)}{2} \end{cases}$$

STUDIARE LA CONVERGENZA UNIFORME DI (f_n) E (g_n).
