Analisi Matematica (II modulo)- Exe. 11

20 Maggio 2020 (14.00-16.00) - docente: Prof. **Emanuele Callegari** - Università di Roma ***Tor Vergata***

NEI CASI SEGUENTI TROVARE $\mathring{\Omega}$, $\partial\Omega$, $\bar{\Omega}$ E $D\Omega$. DIRE POI SE Ω È CHIUSO, APERTO, DISCRETO, DENSO, COMPATTO E/O LIMITATO.

1 $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0 < x^2+y^2 \le 1\}$

2 $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0 < |x|+|y| \le 1\}$

3 $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0 < |x\cdot y| \le 1\}$

4 $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=0,\ x=\frac{1}{n},\ n\in\mathbb{N}-\{0\}\}$

5 $\Omega = \mathbb{Q}\times\mathbb{Q}$

6 $\Omega = \mathbb{Q}\times\mathbb{R}$

7 $\Omega = \mathbb{Q}\times\mathbb{Z}$

8 $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid xy\neq 0\}$

9 $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x+y\in\mathbb{Q}\}$

10 $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y+x=\frac{1}{n},\ n\in\mathbb{N}-\{0\}\}$

11 $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x=\frac{1}{n},\ y=\frac{m}{n},\ \text{con } n,m\in\mathbb{Z},\ n\neq 0\}$

12 $\Omega = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x+y+z\le 1,\ x>0,\ y>0,\ z>0\}$

13 $\Omega = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid 1 < x^2+y^2+z^2 \le 2\}$

14 $\Omega = \mathbb{Q}\times\mathbb{R}\times\mathbb{Z}$

15 $\Omega = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x=\frac{1}{2^n},\ y=\frac{m}{2^n},\ z=\frac{k}{2^n},\ \text{con } n,m,k\in\mathbb{N}\}$

---

16 TROVARE $\Omega\subset\mathbb{R}^2$ TALE CHE, OPERANDO RIPETUTAMENTE SU DI ESSO CON GLI OPERATORI CHIUSURA, PARTE INTERNA E COMPLEMENTARE, SI POSSANO OTTENERE 14 INSIEMI DIVERSI (CONTANDO ANCHE Ω).

17 DIRE, MOTIVANDO LA RISPOSTA, SE UN INSIEME DISCRETO PUÒ AVERE PUNTI DI ACCUMULAZIONE.

18 DIRE SE NELLA DISUGUAGLIANZA $\|x\|_2 \le \|x\|_1 \le \sqrt{n}\cdot\|x\|_2$ (CON $x\in\mathbb{R}^n$) LE COSTANTI SONO OTTIMALI. OVVERO DIRE SE ESISTONO (OPPURE NO) $C_1>1$ E $C_2<\sqrt{n}$ TALI CHE $\forall x\in\mathbb{R}^n$ VALGA $C_1\cdot\|x\|_2 \le \|x\|_1 \le C_2\cdot\|x\|_2$.

19 TROVARE TUTTI I SOTTOINSIEMI DI $\mathbb{R}^2$ CHE SONO SIA CHIUSI CHE APERTI (MOTIVARE LA RISPOSTA).

20 SIANO $u,v,w\in\mathbb{R}^2$ I PUNTI $u=(0,1)$ $v=(1,0)$ E $w=(3,\sqrt{3})$. TROVARE $\mathring{\Omega}$, $\partial\Omega$ E $D\Omega$ DELL'INSIEME:

$$\Omega = \{\alpha u+\beta v+\gamma w \mid \alpha,\beta\in\mathbb{Z},\ \gamma\in\mathbb{Q}\}$$