

Analisi Matematica (II modulo) - Sim. 5

Titolo nota

Prova simulata su: Elementi di EquaDiff. - docente: Prof. E. Callegari - Univ. di Roma Tor Vergata

RISOLVERE I SEGUENTI PROBLEMI DI CAUCHY

1
$$\begin{cases} y' = \frac{e^{x-y}}{2-e^x} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

2
$$\begin{cases} y' + Y \ln x = x^{1-x} \\ y(1) = -2 - \frac{1}{e} \end{cases}$$

3
$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = \frac{2 \ln x}{x e^x} \\ y(1) = \frac{1}{e} \\ y'(1) = -\frac{2}{e} \end{cases}$$

4 DATA L'EQUAZIONE DIFF.

$$y^{(5)} + y^{(4)} - y'' - y' = e^x - \sin x + 2 \cos^2 x$$

a TROVARE LA SOL. GENERALE

b QUALI SOLUZIONI SONO LIMITATE SU $(-\infty, 0]$?

5 DATA L'EQUAZIONE DIFF.

$$y^{(8)} + 81 y^{(5)} + 112 y'' + 5 y' + y = e^{-x}$$

a TROVARE UNA SOLUZIONE PARTICOLARE $y_0(x)$.

6 ESISTE UNA EQ. LINEARE A COEFF. COSTANTI DI ORDINE 11 OMOGENEA TALE CHE TUTTE LE SUE SOLUZIONI SONO LIMITATE ?

7* TROVARE UN'EQ. DIFF. DEL TIPO $y' = R(y)$ AVENTE UNA SOLUZIONE $y(x)$ DEFINITA SU TUTTO \mathbb{R} E TALE CHE $y(x) = -1$ PER OGNI $x \leq 1$ E $y(x) = 1$ PER OGNI $x \geq 2$.

8 SIA $y(x)$ LA SOL. DEL PROB. DI CAUCHY
$$\begin{cases} y' = \frac{2e^{-x}}{1+e^{-x}} \ln\left(\frac{3}{2} + \sin y\right) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

a MOSTRARE CHE $y(x)$ È PROLUNGABILE A TUTTO \mathbb{R} .

b TROVARE $l \in \mathbb{R}$ TALE CHE $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = l$.

c DIRE SE $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = \frac{7}{6} \pi$ OPPURE NO.

d* DETTO l IL LIMITE TROVATO AL PUNTO b, DIRE PER QUALI k SI HA $|y(x) - l| = o\left(\frac{1}{x^k}\right)$ PER $x \rightarrow -\infty$.

NOTE PER L'AUTOVALUTAZIONE

- 1) I PROBLEMI CON L'ASTERISCO SONO UN PO' PIÙ DIFFICILI DI QUELLI CHE POTREI DARE IN UNA PROVA D'ESAME.
- 2) IL TEMPO STIMATO PER SVOLGERE QUESTA PROVA È 4 ORE.
- 3) SI ARRIVA A 30 SVOLGENDO TUTTE LE PARTI SENZA ASTERISCO.
- 4) SI ARRIVA A 25 FACENDO I PRIMI 6 PROBLEMI.