

Analisi Matematica 2

(Tempo di svolgimento: 3 ore)

(soluzioni: giovedì al ricevimento studenti)

Sim 5

1 CALCOLARE $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}} - \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}\right) dx$

2 PER OGNI $x \in \mathbb{R}$ SI PONGA $F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{2e^t}{\sqrt[3]{e^{3t}-1}} dt$.

a MOSTRARE CHE $\forall x \in \mathbb{R} F(x) \in \mathbb{R}$.

b TROVARE EVENTUALI ASINTOTI ORIZZONTALI E OBLIQUI.

c TROVARE IL PUNTO DI MINIMO x_n DI $F(x)$ E DIRE SE ESISTE $F'(x_n)$.

d DIRE QUANTI SONO I VALORI DI x TALI CHE $F(x)=0$ E QUANTI QUELLI TALI CHE $F(x)=x$.

3 DATA LA SERIE DI POTENZE $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(b_n + 2 \cos \frac{1}{n}\right)^n x^n$.

a NEL CASO $b_n = 0$, DIRE PER QUALI $x \in \mathbb{R}$ LA SERIE CONVERGE.

b COME IL PUNTO a MA CON $b_n = (-1)^n$

4 DATO IL P. DI CAUCHY $\begin{cases} y' + \frac{e^x}{1+e^x} g(y) = \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} \\ y(\ln 3) = \frac{1}{3} \end{cases}$

a NEL CASO $g(y) = y$, TROVARNE LA SOLUZIONE.

b NEL CASO $g(y) = \sqrt{1+y^2}$, DIRE SE LA SOLUZIONE È PROLUNGABILE FINO A $+\infty$.

5 DATO L'OPERATORE DIFFERENZIALE $\mathcal{L} = D^6 + D$, TROVARE TUTTE LE SOLUZIONI DI $\mathcal{L} \circ \mathcal{L}(y) = e^{-2x}$ TALI CHE $|y(0)| = 1$ E CHE SONO $o(\sqrt{x} \cdot e^{-x})$ PER $x \rightarrow +\infty$.

6 PER OGNI $(x, y) \neq (0, 0)$ SIA $f(x, y) = \frac{x^3 y^\alpha}{x^4 + y^{2\alpha}}$, DOVE α È UN PARAMETRO POSITIVO.

a PER QUALI VALORI DI α È ESTENDIBILE CON CONTINUITÀ IN $(0, 0)$?

b PER QUALI VALORI DI α È DIFFERENZIABILE?