

# Analisi Matematica 1

docente: Callegari - codocente: Ghezzi

Cognome: .....

A.A. 2023-2024

Nome: .....

Simula 1 per II Esonero

1. Studiare la continuità uniforme e la Lipschitzianità della funzione  $f(x) = \sqrt{x} + \frac{\sin x^4}{x}$  sugli insiemi  $A = (0, 1]$ ,  $B = [1, 2]$  e  $C = [2, +\infty)$ .

2. Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x) \cdot \sin(x + x^2) + \sqrt{1 + x^3} - \sqrt{1 - x^4}}{x^2 - \sin x^2}$

3. Trovare max e min assoluti di  $f(x) = \tan x + \sin 10\pi x$  sull'insieme  $[-\frac{\pi}{2} + \frac{1}{100}, \frac{\pi}{2} - \frac{1}{100}]$ .

4. Determinare al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$  il limite di  $(a_n)$  definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = f(a_n) \\ a_0 = \alpha \end{cases}$$

con  $f(x) = \ln(2 + e^x)$  dopodiché, nei casi in cui il limite sia  $+\infty$ , stabilire con che ordine ci tende.

Fare la stessa cosa anche nel caso  $f(x) = \ln(1 + 2e^x)$ .

5. Dire se è vera o falsa la seguente affermazione: se  $f : [a, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$  è continua su  $[a, +\infty)$  e derivabile su  $(a, +\infty)$  allora esiste  $\xi > a$  tale che  $f'(\xi) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ . Se è vera dimostrarla, se è falsa esibire un controesempio.