

Lezione 12

13 Dicembre 2021

1 CALCOLARE $f'(x)$ DOVE $f(x) = \arctan(\ln x) + \arctan(\log_2 x)$

n. 12 PAG. 185
n. 7 PAG. 195

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+x+2} - \sqrt{x^2+x+1}}$$

$$(\arctan(\ln x), \arctan(\log_2 x))' = \dots = 0$$

$$\arctan \frac{1}{2x+1} = \frac{\pi}{2} - \arctan(2x+1)$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+x+2} - \sqrt{x^2+x+1}} \right)' = \dots$$

$$= \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}} = \dots$$

$$(x+2x^2 \arctan \frac{1}{2x+1})' = \frac{1}{2x+1} + 2x^2 \cdot \arctan \frac{1}{2x+1} = \dots$$

$$= x + \frac{1}{2x+1} - 2 \cdot \arctan \frac{1}{2x+1}$$

3 CALCOLARE $f'(x)$ NEI SEGUENTI CASI:

(a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ -x^2 & \text{se } x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x=0 \\ x+2x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$

A

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \dots = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \dots \right| = 0 ?$$

$$0 < \left| \frac{f(x) - f(x-h)}{x-h} \right| = \left| \frac{f(x)}{x} \right| \cdot \left| \frac{x-h}{x-h} \right| \rightarrow 0$$

B

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x=0 \\ x+2x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x=0 \\ 1+4x \sin \frac{1}{x} - 2 \cos \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = 1 + g'(x) = 1$$

5 RISOLVERE LA DISEQUAZIONE

n. 46 PAG. 189

$$e^x > 1+x$$

$$x > 0 \Rightarrow \frac{e^x - 1}{x} > 1$$

$$\frac{e^x - 1}{x} = \frac{e^x - e^0}{x - 0} = f'(c) = e^c > 1$$

2 DATA $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, CONTINUA SU $[a, b]$ E DERIVABILE SU (a, b) , $\forall n \in \mathbb{N} - \{1\}$

n. 104 PAG. 194

ESISTONO $c_1, c_2, \dots, c_n \in (a, b)$ DISTINTI E TALCHE

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f'(c_1) + \dots + f'(c_n)}{n}$$

$$\frac{f(a_i) - f(a_{i-1})}{a_i - a_{i-1}} = f'(c_i)$$

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{f(a_i) - f(a_{i-1})}{a_i - a_{i-1}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f'(c_i)$$

9 QUERISTO 7 PAG. 190

DATA $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ DERIVABILE IN $x=0$.
QUALI AFFERMAZIONI SONO VERE?

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(-x)}{2x} = f'(0)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+x^2) - f(x)}{x^2} = f'(0)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+x^2) - f(x^2)}{x} = f'(0)$

2 CALCOLARE $f^{(100)}(x)$ DOVE $f(x) = \frac{x^{101}}{x-1}$

n. 21 PAG. 185

$$f(x) = \frac{x^{101}}{x-1}$$

$$f'(x) = \frac{101x^{100}(x-1) - x^{101}}{(x-1)^2} = \frac{101x^{100} - x^{101}}{(x-1)^2}$$

$$f^{(100)}(x) = \frac{101!}{(x-1)^{101}}$$

4 CALCOLARE $(f''(y))'$ DOVE $f(x) = x^2 + x^3 + 8$

n. 53 PAG. 188

$$f(x) = x^2 + x^3 + 8$$

$$f'(x) = 2x + 3x^2$$

$$f''(x) = 2 + 6x$$

$$(f''(y))' = \frac{1}{f'(y)} = \frac{1}{2+6y}$$

6 CALCOLARE AL VARIARE DI $\alpha > 0$

n. 53 PAG. 188

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan(x + x^{2019}) - \arctan x}{x^\alpha} = \dots$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 + (x + x^{2019})^2} \cdot \frac{1 + 2019x^{2018}}{1} = \dots$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^{2018}}{x^\alpha} = \begin{cases} 0 & \alpha < 2018 \\ 1 & \alpha = 2018 \\ \infty & \alpha > 2018 \end{cases}$$

8 SIA $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ DERIVABILE. f' HA LA PROPRIETA' DEI VALORI INTERMEDI?

n. 105 PAG. 190

$$f'(a) < \lambda < f'(b) \Rightarrow \exists c \in (a, b) \text{ tale che } f'(c) = \lambda$$