Analisi Matematica 1 - II Esonero (come poteva essere)

1 UTILIZZANDO, SE SI VUOLE, UNO STUDIO DI FUNZIONE RISPONDERE ALLE SEGUENTI DOMANDE:

(6 PUNTI) (A) QUAL È IL MINIMO ASSOLUTO (SE C'È) DI $f(x) = e^{2x} \sin e^{-x} + \sqrt{x-1}$?

(8 PUNTI)
(B) QUANTE SONO LE SOLUZIONI DI $x^{2021} = \sin x$?

(C) QUANTE SONO LE SOLUZIONI DI $x^{2021} = 2 \cdot \sin(10\pi x)$?

2 CALCOLARE $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{12\left(\sqrt{1-\sin^2 x} - e^{x^6}\right)(x - \sin x) + x^5}{x^7 + x^9 + e^{-\frac{1}{x^2}}}$.

(6 PUNTI)

3 DATA $f(x) = \sqrt[4]{1 - x^4 - x^6} - \dfrac{\cos x^2 + \cos x^3}{2}$

(8 PUNTI)

(A) CALCOLARE $f^{(6)}(0)$, $f^{(7)}(0)$ E $f^{(8)}(0)$.

(B) DIRE SE $x=0$ È UN PUNTO DI ESTREMO RELATIVO E IN CASO AFFERMATIVO STUDIARNE LA NATURA.

(DEI PROBLEMI **4** E **5** NE VA FATTO SOLO UNO, A SCELTA DELLO STUDENTE)

---

4 DATA $f \in C^2(\mathbb{R})$, PARI E TALE CHE $f(0)=0$. MOSTRARE CHE SE

(10 PUNTI) $|f''(x)| < 2$ PER OGNI $x \in \mathbb{R}$ ALLORA IL SUO GRAFICO NON INTERSECA MAI QUELLO DI e^{x^2}.

5 SIA $f : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ CONTINUA E TALE CHE $f(x) = 0 \iff x \in \{\sqrt{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

(10 PUNTI)

(A) MOSTRARE CHE f È UNIFORMEMENTE CONTINUA SU $[0,+\infty)$ SE E SOLO SE È INFINITESIMA PER $x \to +\infty$.

(B) STIMARE L'ORDINE DI INFINITESIMO DI f PER $x \to +\infty$ NEL CASO CHE f SIA LIPSCHITZIANA