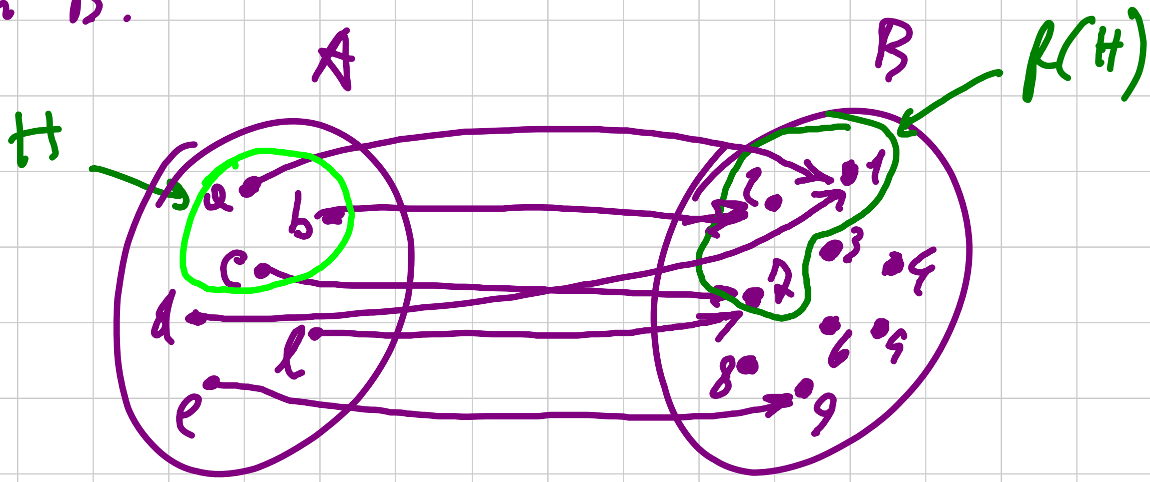
Analisi Matematica 1 - Lezione 3 (seconda parte)

2 Ottobre 2014 - docente: Prof. **Emanuele Callegari** - Università di Roma ***Tor Vergata***

FUNZIONI

(Non Rigoroso)

$\boxed{\text{Def.}}$ Dati due insiemi A, B chiamo funzione da A a B una "legge" che ad ogni elemento di A associa uno e un solo elemento di B.



Def. Data una funzione $f : A \to B$ definiamo:

1) A **dominio** di f
2) B **codominio** di f
3) $\forall a \in A$ indichiamo con $f(a)$ l'**immagine** di a, cioè l'elemento di B in cui viene mandato a.
4) $\forall H \subset A$ indichiamo con $f(H)$ l'**immagine** di H, cioè $\{b \in B \mid \exists a \in H \text{ t.c. } f(a) = b\}$
5) In particolare l'insieme $f(A)$ prende il

nome di immagine di f.

6) $\forall\, b \in B$ definiamo la controimmagine di b come:

$$f^{-1}(b) = \{a \in A \mid f(a) = b\}$$

7) $\forall\, K \subset B$ definiamo la controimmagine di K come:

$$f^{-1}(K) = \{a \in A \mid f(a) \in K\}.$$

$\boxed{\text{Def.}}$ Data $f: A \to B$ diremo che f è:

1) iniettiva se $\forall\, a_1, a_2 \in A$, se $a_1 \neq a_2$ allora $f(a_1) \neq f(a_2)$

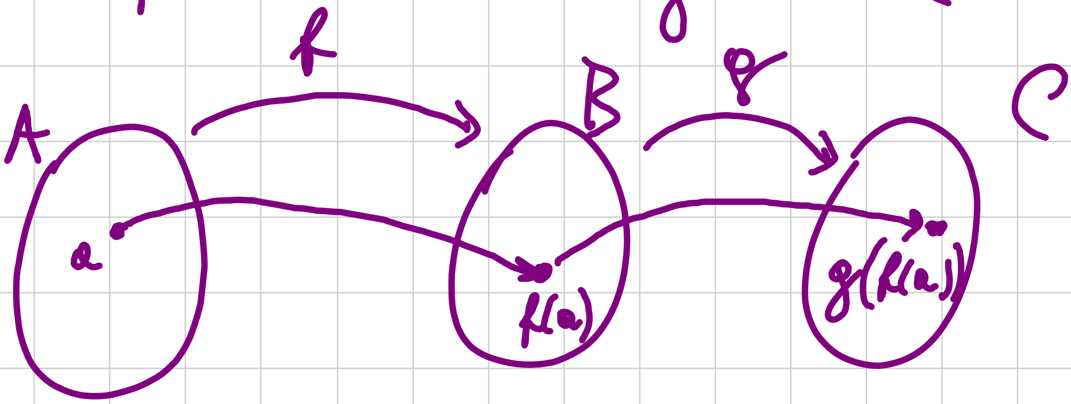
2) suriettiva se $\forall\, b \in B$ $\exists\, a \in A$ t.c. $f(a) = b$

3) biettiva se è sia iniettiva che suriettiva.

$\boxed{\text{Def.}}$ Se $f: A \to B$ è biettiva indichiamo con $f^{-1}: B \to A$ la funzione definita nel modo seguente:

$\forall\, b \in B$ $f^{-1}(b)$ è quell'(unico) $a \in A$ t.c. $f(a) = b$

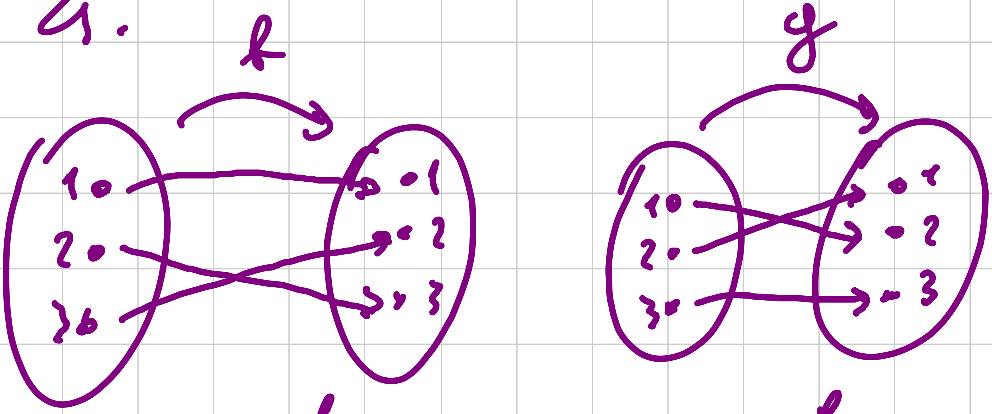
Def. Date $f: A \to B$ e $g: B \to C$

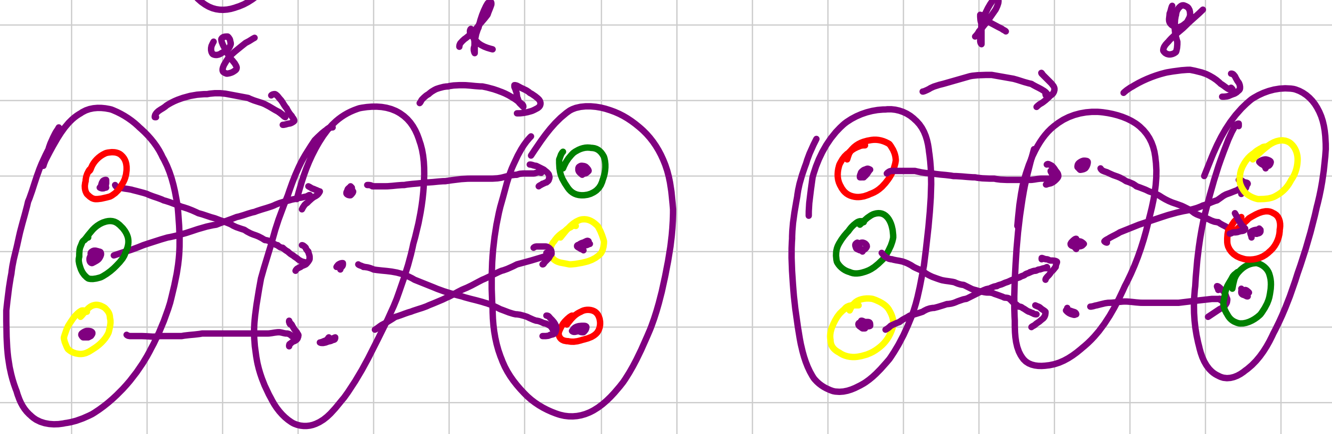


Definiamo funzione composta $g \circ f : A \to C$ la funzione che manda ogni $a \in A$ nell'elemento $g(f(a))$

Oss 1 La composizione non è commutativa

Es.





$f \circ g$ $\qquad\qquad$ $g \circ f$

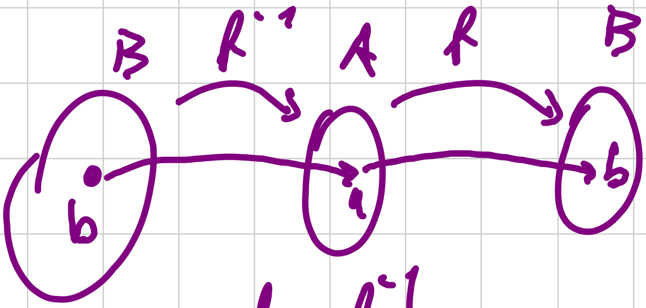
$\boxed{\text{OSS.2}}$

Data $f : A \to B$ biunivoca e sia $f^{-1} : B \to A$ la sua inversa. Allora

$f \circ f^{-1} : B \to B$ e manda ogni elemento in se stesso

cioè $f \circ f^{-1} = I_B$

$f^{-1} \circ f = A \to A$ è I_A



$f \circ f^{-1}$