

I Appello Autunnale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2015-2016
9 Settembre 2016

1. Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$a_n = (n+1)^n, \quad b_n = n^{n+1}, \quad c_n = (n!)^{n!}, \quad d_n = 2^{n^n}.$$

2. Data $f(x) = \ln(1+x+x^3) + \ln(1+x-x^3) - 2\ln(1+x)$

- (a) trovare n intero positivo tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n}$ esista finito e non nullo;
 (b) usare il risultato del punto (a) per stabilire se $x = 0$ sia per $f(x)$ un punto di massimo relativo, minimo relativo o flesso.

3. Data $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

- (a) fare uno studio completo del grafico di $f(x)$;
 (b) usare il risultato del punto (a) per studiare il grafico di $g(x) = \left| e^{\sqrt{x+\frac{1}{2}}} - \sqrt{e} \right|$;
 (c) usare il risultato del punto (b) per dire quante sono le soluzioni dell'equazione $g(x) = 10|x| - 1$.

4. Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_{-2}^x \frac{t^{99} + 1}{(t+3)^{99}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asymptoti e studiarne monotonia e convessità.

5. Data $f(x) = -\frac{x+|x|}{2}$

- (a) trovare $f(f(x))$;
 (b) (facoltativo) ispirandosi eventualmente al punto (a) trovare $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{2016}$ sia identicamente nulla ma $\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{2015}$ non lo sia.

Tempo: 2 ore e 45 minuti

Punteggi: $8+(6+2)+(5+1+2)+8+(1+?)$

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

I Appello Autunnale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2015-2016
9 Settembre 2016

6. Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$a_n = n^{\sqrt{n}}, \quad b_n = (\sqrt{n})^n, \quad c_n = (n!)^{n!}, \quad d_n = 2^{n^n}.$$

7. Data $f(x) = 2 \sin x - \sin(x + x^3) - \sin(x - x^3)$

- (a) trovare n intero positivo tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n}$ esista finito e non nullo;
 (b) usare il risultato del punto (a) per stabilire se $x = 0$ sia per $f(x)$ un punto di massimo relativo, minimo relativo o flesso.

8. Data $f(x) = \ln(1 + \sqrt[3]{x})$

- (a) fare uno studio completo del grafico di $f(x)$;
 (b) usare il risultato del punto (a) per studiare il grafico di $g(x) = |\ln(1 + \sqrt[3]{x-1})|$;
 (c) usare il risultato del punto (b) per dire quante sono le soluzioni dell'equazione $g(x) = ||x| - 1|$.

9. Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_0^x \frac{t^{100} - 1}{(t+2)^{100}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne monotonia e convessità.

10. Data $f(x) = -\frac{x + |x|}{2}$

- (a) trovare $f(f(x))$;
 (b) (facoltativo) ispirandosi eventualmente al punto (a) trovare $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{2016}$ sia identicamente nulla ma $\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{2015}$ non lo sia.

Tempo: 2 ore e 45 minuti

Punteggi: $8+(6+2)+(5+1+2)+8+(1+?)$

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....