

I Appello Autunnale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2016-2017
1 Settembre 2017

- 1.** Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono:

$$a_n = \left(2^{n^2} + 3^{n^2}\right)^n, \quad b_n = (2^n + 3^n)^{n^2}, \quad c_n = (2+3)^{n^3}.$$

- 2.** Calcolare, al variare di $\alpha > 0$, i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan(x+x^4) - \arctan x - x^4}{x^\alpha}.$

(b) (facoltativo) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan(x+x^{2017}) - \arctan x - x^{2017}}{x^\alpha}.$

- 3.** Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{|x| \cdot (1+x^2)}$.

- (a) Fare uno studio dettagliato di $f(x)$ e disegnarne il grafico.
(b) Stabilire, motivando la risposta, quale sia il massimo numero di punti in cui una retta può intersecare il grafico di $f(x)$.

- 4.** Sia data la funzione integrale $F(x) = \int_2^x \frac{1}{t\sqrt{t^2+t-2}} \cdot e^{\frac{1}{t}} dt$.

- (a) Trovarne il dominio.
(b) Studiarne il segno.
(c) Determinarne eventuali asintoti verticali, orizzontali o obliqui.
(d) Studiarne la monotonia.
(e) (facoltativo) Studiarne la convessità.

- 5.** Data $a_n = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \cdot \ln n$, dire se convergono le serie: $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n)^3$ e $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$.

Tempo: 2 ore e 30 min

Punteggio: 7+(6+?)+(6+1)+(3+1+3+1+?)+(2+1+4)

Cognome: Nome: Matr:

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web
del docente? SI NO Firma:

I Appello Autunnale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2016-2017
1 Settembre 2017

- 6.** Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono:

$$a_n = \sqrt[3]{5^{n^3} + 3^{n^3}}, \quad b_n = (5^n + 3^n)^n, \quad c_n = \left(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3} \right)^{n^3}.$$

- 7.** Calcolare, al variare di $\alpha > 0$, i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x+x^4) - \sin x - x^4}{x^\alpha}$.

(b) (facoltativo) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x+x^{2017}) - \sin x - x^{2017}}{x^\alpha}$.

- 8.** Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{|x^3 + x|}$.

- (a) Fare uno studio dettagliato di $f(x)$ e disegnarne il grafico.
(b) Stabilire, motivando la risposta, quale sia il massimo numero di punti in cui una retta può intersecare il grafico di $f(x)$.

- 9.** Sia data la funzione integrale $F(x) = \int_3^x \frac{1}{t\sqrt{t^2 - t - 2}} \cdot e^{-\frac{1}{t}} dt$.

- (a) Trovarne il dominio.
(b) Studiarne il segno.
(c) Determinarne eventuali asintoti verticali, orizzontali o obliqui.
(d) Studiarne la monotonia.
(e) (facoltativo) Studiarne la convessità.

- 10.** Data $a_n = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \cdot \arctan n$, dire se convergono le serie: $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n)^3$ e $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$.

Tempo: 2 ore e 30 min

Punteggi: 7+(6+?)+(6+1)+(3+1+3+1+?)+(2+1+4)

Cognome: Nome: Matr:

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web
del docente? SI NO Firma: