

I Appello Estivo di Analisi Matematica I

A

A.A. 2015-2016
21 Giugno 2016

1. Confrontare gli ordini di infinitesimo delle successioni seguenti:

$$a_n = \sin \frac{2^n}{(n-1)!}, \quad b_n = \frac{n^n}{(2n)!}, \quad c_n = 3^n \ln \left(1 + \frac{1}{n!}\right), \quad d_n = \frac{1}{n!} \cdot \ln(1 + 3^n).$$

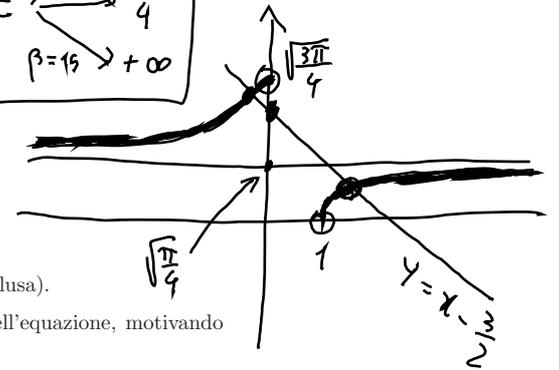
$b_n = o(d_n) \quad d_n = o(a_n)$
 $a_n = o(c_n)$

2. Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sin(\sin x) - 6 \sin x + (\arctan(x + \frac{2}{5}x^3))^3}{x^\beta}$$

per $\beta = 3, \beta = 5, \text{ e } \beta = 15$.

$\beta=3 \rightarrow 0$
 $\beta=5 \rightarrow \frac{3}{4}$
 $\beta=15 \rightarrow +\infty$



3. Si consideri l'equazione

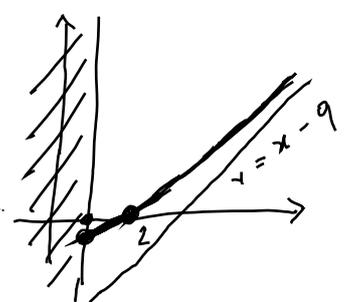
$$\sqrt{\frac{\pi}{4} - \arctan \frac{1}{x}} = \frac{3}{2} - x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro (convessità esclusa).
- (b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.
- (c) (facoltativo) Studiare la convessità della funzione al primo membro.

4. Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_2^x \sqrt{1 - \frac{2}{t^3 + t^2}} dt.$$

In particolare determinarne dominio, segno ed eventuali asintoti e studiarne monotonia e convessità.



5. Date $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^2 strettamente convesse, si considerino le due affermazioni:

(a) $f + g$ è necessariamente una funzione strettamente convessa.

SI PERCHÉ $(f+g)' = f' + g' = \text{STRETT. CRESC.}$

(b) (facoltativo) fg è necessariamente una funzione almeno debolmente convessa.

NO. CONTROESEMPIO: $f(x) = (x-1)^2$
 $g(x) = (x+1)^2$

Di ciascuna dire se è vera o falsa, motivando ogni risposta positiva con una dimostrazione e ogni risposta negativa con un controesempio.

Tempo: 2 ore e 45 minuti

Punteggi: 8+8+(6+2+?)+8+(2+?)

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....