

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2015-2016
4 Febbraio 2016

1. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = 2^{n^2}$, $b_n = 2^{\sqrt{n^4+n^3}}$ e $c_n = (n^n)^2$.

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-2) \sin \left(\ln \left(\frac{x+5}{x+2} \right) \right).$$

3. Si consideri l'equazione

$$\frac{4x^2}{x^2+1} = \arctan x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
(b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

4. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{-t}}{\sqrt[4]{t}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

5. (Facoltativo) Data $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1 , si considerino le due affermazioni:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 8+7+(4+4)+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2015-2016
4 Febbraio 2016

6. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = 2^{n^2}$, $b_n = \left(2 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ e $c_n = (n!)^2$.

7. Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+5) \arctan \left(\ln \left(\frac{x+3}{x+4} \right) \right).$$

8. Si consideri l'equazione

$$\frac{40x}{x^2 + 25} = \arctan x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
(b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

9. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{\sqrt{t}\sqrt{1+e^t}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

10. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1 , si considerino le due affermazioni:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 8+7+(4+4)+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

C

A.A. 2015-2016
4 Febbraio 2016

11. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = 2^{n^2}$, $b_n = 2^{\frac{n^3}{n-1}}$ e $c_n = (4n)!$.

12. Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+3) \tan \left(\ln \left(\frac{x-2}{x+2} \right) \right).$$

13. Si consideri l'equazione

$$\frac{4x}{x^2+1} = 2^x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
(b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

14. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{\sqrt{t}} \sin \frac{1}{t+1} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

15. (Facoltativo) Data $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1 , si considerino le due affermazioni:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 8+7+(4+4)+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

D

A.A. 2015-2016
4 Febbraio 2016

16. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = 2^{n^2}$, $b_n = 2^{\left(n + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2}$ e $c_n = (n+1)^{3n}$.

17. Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \right).$$

18. Si consideri l'equazione

$$\frac{8x^2 + 16}{x^2 + 1} = 15 + e^x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
(b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

19. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \sqrt{\frac{1}{t}} \arctan \frac{1}{t+2} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

20. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1 , si considerino le due affermazioni:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 8+7+(4+4)+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....