I Appello Invernale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

1. Data la funzione $f(x) = \dfrac{20x}{25+x^2}$, si consideri l'insieme $A = \{f(n) \mid n \in \mathbf{N} - \{0\}\}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.

2. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = \left(1+\dfrac{2}{n}\right)^{n^2}$, $b_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$, $c_n = \left(1+\dfrac{1}{n+\ln n}\right)^{n^2}$ e $d_n = 4^n$.

3. Data $f(x) = \sqrt{1-x^2}\cdot\sqrt[3]{1-x^2} - \cos\left(\dfrac{x\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right)$, calcolare, al variare di $\alpha > 0$, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.

4. Dato l'integrale improprio $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{+\infty} \frac{x^\alpha}{(1+x^4)\ln^\beta x \ln^3(1+x^4)}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 3$ e $\beta = 0$;

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha \geq 0$ e $\beta \geq 0$.

5. Data la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^\alpha(1+e^{2n}) + \sin n}$

(**a**) studiarne la convergenza assoluta al variare di $\alpha > 0$;

(**b**) studiarne la convergenza semplice per $\alpha = 1$.

Tempo: 2 ore e 30 min
Punteggi: 6+8+7+7+7

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

6. Data la funzione $f(x) = \dfrac{24x}{9+x^2}$, si consideri l'insieme $A = \{ f(n) \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.

7. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n^3}$, $b_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$, $c_n = \left(1 + \dfrac{1}{n + \ln n}\right)^{n^2}$ e $d_n = n^n$.

8. Data $f(x) = \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt[4]{1-x^2} - \cos\left(\dfrac{x\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$, calcolare, al variare di $\alpha > 0$, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.

9. Dato l'integrale improprio $\displaystyle\int_{\ln 3}^{+\infty} \frac{e^x}{(1+e^x)\ln^\beta x \ln^\alpha (1+e^x)}\, dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 2$ e $\beta = 0$;

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha \geq 0$ e $\beta \geq 0$.

10. Data la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{1+(2n)^\alpha} + \sin n}$

(**a**) studiarne la convergenza assoluta al variare di $\alpha > 0$;

(**b**) studiarne la convergenza semplice per $\alpha = 2$.

Tempo: 2 ore e 30 min
Punteggi: 6+8+7+7+7

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

C

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

11. Data la funzione $f(x) = \dfrac{12x}{36+x^2}$, si consideri l'insieme $A = \{f(n) \mid n \in \mathbf{N} - \{0\}\}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.

12. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = \left(1+\dfrac{1}{2n}\right)^{n^2}$, $b_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$, $c_n = \left(1+\dfrac{1}{n+\ln n}\right)^{n^2}$ e $d_n = 2^n$.

13. Data $f(x) = \sqrt[4]{1-x^2}\cdot\sqrt[3]{1-x^2} - \cos\left(\dfrac{x\sqrt{7}}{\sqrt{6}}\right)$, calcolare, al variare di $\alpha > 0$, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.

14. Dato l'integrale improprio $\displaystyle\int_4^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha (1+\sqrt{x}) \ln^\beta x \ln^2(1+\sqrt{x})}\, dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$ e $\beta = 0$;

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha \geq 0$ e $\beta \geq 0$.

15. Data la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(1+\sqrt{n})^\alpha + \sin n}$

(**a**) studiarne la convergenza assoluta al variare di $\alpha > 0$;

(**b**) studiarne la convergenza semplice per $\alpha = 2$.

Tempo: 2 ore e 30 min
Punteggi: 6+8+7+7+7

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

I Appello Invernale di Analisi Matematica I

D

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

16. Data la funzione $f(x) = \dfrac{40x}{16+x^2}$, si consideri l'insieme $A = \{f(n) \mid n \in \mathbf{N} - \{0\}\}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.

17. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = \left(1+\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^2}$, $b_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$, $c_n = \left(1+\dfrac{1}{n+\ln n}\right)^{n^2}$ e $d_n = n^2$.

18. Data $f(x) = \sqrt[6]{1-x^2}\cdot\sqrt[3]{1-x^2} - \cos x$, calcolare, al variare di $\alpha > 0$, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.

19. Dato l'integrale improprio $\displaystyle\int_e^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha (1+\ln x)^\beta \ln^2(1+\ln x)}\, dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 1$ e $\beta = 1$;

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha \geq 0$ e $\beta \geq 0$.

20. Data la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(1+(2n)^2)^\alpha + \sin n}$

(**a**) studiarne la convergenza assoluta al variare di $\alpha > 0$;

(**b**) studiarne la convergenza semplice per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Tempo: 2 ore e 30 min
Punteggi: 6+8+7+7+7

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.............................