Primo Esonero di Analisi Matematica I

A (ED E)

A.A. 2015-2016
4 Dicembre 2015

1. Dato l'insieme $A = \mathbf{Q} \cap [1, +\infty)$, la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ e l'insieme $B = f(A)$, trovare (se esistono) $\inf B$, $\min B$, $\sup B$ e $\max B$. Trovare poi ∂B e $\partial(\partial B)$.

0 NON ESISTE 1 1 $[0,1]$ $\{0,1\}$ $\parallel$ $(0,1] \cap \mathbb{Q}$

2. Calcolare il limite: $\lim_{n\to+\infty} n \cdot \arctan e^{n} \cdot \arctan e^{-n}$ $= 0$

3. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = n^n$ $\quad b_n = e^{n^2}$ e $c_n = \left(e - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$. $a_n = o(c_n)$ $\quad c_n = o(b_n)$

4. Calcolare il limite: $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{\cos x} - e^x}{\ln(1 + \tan x)}$ $= -1$

5. Studiare la natura dei punti di discontinuità della funzione: $f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \text{ o } x = 1 \\ \arctan \frac{1}{x^3 - x^2} & \text{altrimenti.} \end{cases}$

DISCONTINUA SOLO PER $x = 1$ (SALTO)

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: (4+3)+6+7+6+7

Cognome:................ Nome:................ Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:...............................

Primo Esonero di Analisi Matematica I

B (ED F)

A.A. 2015-2016
4 Dicembre 2015

6. Dato l'insieme $A = \mathbf{Q} \cap [1, +\infty)$, la funzione $f(x) = 2x + 1$ e l'insieme $B = f(A)$, trovare (se esistono) $\inf B$, $\min B$, $\sup B$ e $\max B$. Trovare poi ∂B e $\partial(\partial B)$.

3 3 $+\infty$ NON ESISTE $[3, +\infty)$ $\{3\}$ $= [3, +\infty) \cap \mathbb{Q}$

7. Calcolare il limite: $\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n \cdot \sin e^n \cdot \sin e^{-n}$ $= 0$

8. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = (\ln n)^n$ $b_n = e^n$ e $c_n = \left(e + \dfrac{1}{n}\right)^n$.

b_n e C_n HANNO LO STESSO ORDINE DI INFINITO MA NON SONO ASINTOTICAMENTE EQUIVALENTI PERCHÈ $\dfrac{C_n}{b_n} \to e^{\frac{1}{e}} \neq 1$

INOLTRE SIA b_n CHE C_n SONO $o(a_n)$

9. Calcolare il limite: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(\ln(\cos x)) - 1}{\sin x^2 \cdot \sin^2 x}$ $= -\dfrac{1}{8}$

10. Studiare la natura dei punti di discontinuità della funzione: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \text{ o } x = 1 \\ \arctan \dfrac{2}{x^2 - x^3} & \text{altrimenti.} \end{cases}$

DISCONTINUA SOLO PER $x = 1$ (SALTO)

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: (4+3)+6+7+6+7

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

Primo Esonero di Analisi Matematica I

C (E G)

A.A. 2015-2016
4 Dicembre 2015

11. Dato l'insieme $A = \mathbf{Q} \cap (-\infty, -2)$, la funzione $f(x) = 2x + 1$ e l'insieme $B = f(A)$, trovare (se esistono) $\inf B$, $\min B$, $\sup B$ e $\max B$. Trovare poi ∂B e $\partial(\partial B)$.

$-\infty$ NON ESISTE -3 NON ESISTE $(-\infty,-3]$ $\{-3\}$

$B = (-\infty,-3) \cap \mathbb{Q}$

12. Calcolare il limite: $\lim_{n\to+\infty} n^2 \cdot \ln(1+e^n) \cdot \ln\left(1+e^{-n}\right) = 0$

13. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = n!$ $b_n = e^{n^2}$ e $c_n = e^{\left(n+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2}$.

$a_n = o(b_n)$ $b_n = o(c_n)$

14. Calcolare il limite: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \tan x^2}{\sqrt{1+4x}-1} = \frac{1}{2}$

15. Studiare la natura dei punti di discontinuità della funzione: $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \text{ o } x = -1 \\ \arctan \frac{2}{x^2+x^3} & \text{altrimenti.} \end{cases}$

DISCONTINUA SOLO PER $x = -1$ (SALTO)

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: (4+3)+6+7+6+7

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:...............................

Primo Esonero di Analisi Matematica I

D (ED H)

A.A. 2015-2016
4 Dicembre 2015

16. Dato l'insieme $A = \mathbf{Q} \cap (-\infty, -1)$, la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ e l'insieme $B = f(A)$, trovare (se esistono) $\inf B$, $\min B$, $\sup B$ e $\max B$. Trovare poi ∂B e $\partial(\partial B)$.

$= (-1,0) \cap \mathbb{Q}$

-1 NON ESISTE 0 NON ESISTE $[-1,0]$ $\{0,1\}$

17. Calcolare il limite: $\lim_{n\to+\infty} 2^n \cdot \left(\sqrt{1+4^n} - 1\right) \cdot \left(\sqrt{1+4^{-n}} - 1\right)$ $= \frac{1}{2}$

18. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = n^{2n}$ $b_n = 2^{n^2}$ e $c_n = 2^{\sqrt{n^4+n^3}}$.

$a_n = o(b_n)$ $b_n = o(c_n)$

19. Calcolare il limite: $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\ln(1+x+\sin x)}$ $= \frac{1}{2}$

20. Studiare la natura dei punti di discontinuità della funzione: $f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \text{ o } x = -1 \\ \arctan \frac{-1}{x^2+x^3} & \text{altrimenti.} \end{cases}$

DISCONTINUA SOLO PER $x=-1$ (SALTO)

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: (4+3)+6+7+6+7

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................