Recupero I Esonero di Analisi Mat. I

A

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

1. Data la funzione $f(x) = \dfrac{20x}{25+x^2}$, si consideri l'insieme $A = \{f(n) \mid n \in \mathbf{N} - \{0\}\}$. Trovare (se esistono) inf A, min A, sup A e max A. SUP A = MAX A = 2 INF A = 0 MIN A NON ESISTE

2. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = \left(1+\dfrac{2}{n}\right)^{n^2}$, $b_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$, $c_n = \left(1+\dfrac{1}{n+\ln n}\right)^{n^2}$ e $d_n = 4^n$.

$$\boxed{\begin{array}{l} c_n = o(b_n) \\ b_n = o(d_n) \\ d_n = o(a_n) \end{array}}$$

3. Data $f(x) = e^{\sin\sqrt[3]{x}} - \sqrt{1+x^\alpha}$, dire, al variare di $\alpha > 0$, qual è il suo ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$.

$$f(x) \begin{cases} \approx \sqrt[3]{x} & \text{SE } \alpha > \frac{1}{3} \\ \approx \frac{1}{2}\sqrt[3]{x} & \text{SE } \alpha = \frac{1}{3} \\ \approx -\frac{1}{2}x^\alpha & \text{SE } \alpha < \frac{1}{3} \end{cases}$$

4. Data $f(x) = \sqrt{x + x^3}$

(**a**) calcolare $f'_+(0)$; $= +\infty$

(**b**) dire se è Lipschitziana su $[0, 1]$; NO

(**c**) dire se è uniformemente continua su $[0, 1]$; SI

(**d**) dire se è uniformemente continua su $[1, +\infty)$; NO

(**e**) dire se è Lipschitziana su $[1, +\infty)$. NO

Tempo: 2 ore
Punteggi: 7+10+7+(1+2+2+2+2)

Cognome:................ Nome:................ Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

Recupero I Esonero di Analisi Mat. I

B

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

5. Data la funzione $f(x) = \dfrac{24x}{9+x^2}$, si consideri l'insieme $A = \{f(n) \mid n \in \mathbf{N} - \{0\}\}$. Trovare (se esistono) inf A, min A, sup A e max A.

SUP A = MAX A = 4   INF A = 0   MIN A NON ESISTE

6. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^3}$, $b_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$, $c_n = \left(1+\dfrac{1}{n+\ln n}\right)^{n^2}$ e $d_n = n^n$.

$$\boxed{\begin{array}{l} c_n = o(b_n) \\ b_n = o(d_n) \\ d_n = o(a_n) \end{array}}$$

7. Data $f(x) = e^{\sqrt[3]{\sin x}} - \sqrt{1+x^\alpha}$, dire, al variare di $\alpha > 0$, qual è il suo ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$.

$$f(x) \begin{cases} \approx \sqrt[3]{x} & \text{SE } \alpha > \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt[3]{x} & \text{SE } \alpha = \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2}x^\alpha & \text{SE } \alpha < \frac{1}{3} \end{cases}$$

8. Data $f(x) = \sqrt{xe^x}$
(**a**) calcolare $f'_+(0)$; $= +\infty$
(**b**) dire se è Lipschitziana su $[0,1]$; NO
(**c**) dire se è uniformemente continua su $[0,1]$; SI
(**d**) dire se è uniformemente continua su $[1,+\infty)$; NO
(**e**) dire se è Lipschitziana su $[1,+\infty)$. NO

Tempo: 2 ore
Punteggi: 7+10+7+(1+2+2+2+2)

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

Recupero I Esonero di Analisi Mat. I

C

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

9. Data la funzione $f(x) = \dfrac{12x}{36+x^2}$, si consideri l'insieme $A = \{f(n) \mid n \in \mathbf{N} - \{0\}\}$. Trovare (se esistono) inf A, min A, sup A e max A.

SUP A = MAX A = 1 INF A = 0 MIN A NON ESISTE

10. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = \left(1+\dfrac{1}{2n}\right)^{n^2}$, $b_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$, $c_n = \left(1+\dfrac{1}{n+\ln n}\right)^{n^2}$ e $d_n = 2^n$.

$$\boxed{\begin{aligned} a_n &= o(d_n) \\ d_n &= o(c_n) \\ c_n &= o(b_n) \end{aligned}}$$

11. Data $f(x) = \sqrt[3]{e^{\sin x}} - \sqrt{1+x^\alpha}$, dire, al variare di $\alpha > 0$, qual è il suo ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$.

$f(x)$
- $\approx \frac{1}{3}x$ SE $\alpha > 1$
- $\approx -\frac{1}{6}x$ SE $\alpha = 1$
- $\approx -\frac{1}{2}x^\alpha$ SE $\alpha < 1$

12. Data $f(x) = \sqrt{x+x^2}$

(**a**) calcolare $f'_+(0)$; $= +\infty$

(**b**) dire se è Lipschitziana su $[0,1]$; NO

(**c**) dire se è uniformemente continua su $[0,1]$; SI

(**d**) dire se è Lipschitziana su $[1,+\infty)$; SI

(**e**) dire se è uniformemente continua su $[1,+\infty)$. SI

Tempo: 2 ore
Punteggi: 7+10+7+(1+2+2+2+2)

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

Recupero I Esonero di Analisi Mat. I

D

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

13. Data la funzione $f(x) = \dfrac{40x}{16+x^2}$, si consideri l'insieme $A = \{f(n) \mid n \in \mathbf{N} - \{0\}\}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.

SUP A = MAX A = 5 INF A = 0 MIN A NON ESISTE

14. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = \left(1+\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^2}$, $b_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$, $c_n = \left(1+\dfrac{1}{n+\ln n}\right)^{n^2}$ e $d_n = n^2$.

$$\boxed{\begin{array}{l} d_n = o(c_n) \\ c_n = o(b_n) \\ b_n = o(a_n) \end{array}}$$

15. Data $f(x) = \sqrt[3]{e^{\sin x} - \sqrt{1+x^\alpha}}$, dire, al variare di $\alpha > 0$, qual è il suo ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$.

$$f(x) = \begin{cases} \approx \sqrt[3]{x} & \text{SE } \alpha > 1 \\ \approx \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \sqrt[3]{x} & \text{SE } \alpha = 1 \\ \approx -\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} x^{\frac{\alpha}{3}} & \text{SE } \alpha < 1 \end{cases}$$

16. Data $f(x) = (1+\sqrt{x})^2$

(**a**) calcolare $f'_+(0)$; $= +\infty$

(**b**) dire se è Lipschitziana su $[0,1]$; NO

(**c**) dire se è uniformemente continua su $[0,1]$; SI

(**d**) dire se è Lipschitziana su $[1,+\infty)$; SI

(**e**) dire se è uniformemente continua su $[1,+\infty)$. SI

Tempo: 2 ore
Punteggi: 7+10+7+(1+2+2+2+2)

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................