

Primo Esonero di Analisi Matematica I

A

A.A. 2014-2015

26 Novembre 2014

1. Dato l'insieme $A = (\mathbf{Q} \cap (-1, 0]) \cup \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$ trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.

Trovare poi ∂A , $\partial(\partial A)$ e $\partial(\partial(\partial A))$.

Facoltativo: dire, motivando la risposta, se esistono insiemi $B \subset \mathbf{R}$ tali che $\partial(\partial B) \neq \partial(\partial(\partial B))$

2. Calcolare il limite: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2 - \frac{1}{n})^n - 3\sqrt{n}}{2^n + \ln(1 + n^n)}$

3. Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni: $a_n = n^{200}$ $b_n = (n^2)!$ $c_n = (n^2)^n$
e $d_n = n^{n^2}$.

4. Date le funzioni: $f(x) = e^{x^2 + \sin x} - 1$ e $g(x) = e^{x + \sin x^2} - 1$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

5. Calcolare il limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^2}{\sin(\sin(\sin(\sin x)))}$

Tempo: 2 ora e 30 minuti

Punteggi: (3+3+?) + 6+8 + (3+3)+6

Primo Esonero di Analisi Matematica I

B

A.A. 2014-2015

26 Novembre 2014

6. Dato l'insieme $A = (\mathbf{Q} \cap [0, 2)) \cup \left\{ -\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$ trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.
Trovare poi ∂A , $\partial(\partial A)$ e $\partial(\partial(\partial A))$.

Facoltativo: dire, motivando la risposta, se esistono insiemi $B \subset \mathbf{R}$ tali che $\partial(\partial B) \neq \partial(\partial(\partial B))$

7. Calcolare il limite: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3 + \frac{1}{n})^n - n^3}{3^n + \ln(1 + n^n)}$

8. Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni: $a_n = 2^n$ $b_n = (n^2)!$ $c_n = (n!)^2$ e $d_n = n^{n^2}$.

9. Date le funzioni: $f(x) = \ln(x + e^x)$ e $g(x) = \ln(1 + x^2)$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

10. Calcolare il limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^4 x}{1 - \cos(\sin x^2)}$

Tempo: 2 ora e 30 minuti

Punteggi: (3+3+?) + 6 + 8 + (3+3) + 6

Primo Esonero di Analisi Matematica I

C

A.A. 2014-2015

26 Novembre 2014

11. Dato l'insieme $A = ([1, 4] \cap \mathbf{Q}) \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$ trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.

Trovare poi ∂A , $\partial(\partial A)$ e $\partial(\partial(\partial A))$.

Facoltativo: dire, motivando la risposta, se esistono insiemi $B \subset \mathbf{R}$ tali che $\partial(\partial B) \neq \partial(\partial(\partial B))$

12. Calcolare il limite: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{\ln n} - (\ln n)^n}{2^n + \ln(1 + n^n)}$

13. Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni: $a_n = 200n$ $b_n = (n^2)!$ $c_n = 2^{n^3}$
e $d_n = n^{n^2}$.

14. Date le funzioni: $f(x) = \sqrt{1+x} - 1$ e $g(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

15. Calcolare il limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4 x}{\ln(\cos x)}$

Tempo: 2 ora e 30 minuti

Punteggi: (3+3+?) + 6+8+(3+3)+6

Primo Esonero di Analisi Matematica I

D

A.A. 2014-2015

26 Novembre 2014

16. Dato l'insieme $A = ((-1, 1) \cap \mathbf{Q}) \cup \left\{ 2 - \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$ trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.
Trovare poi ∂A , $\partial(\partial A)$ e $\partial(\partial(\partial A))$.
Facoltativo: dire, motivando la risposta, se esistono insiemi $B \subset \mathbf{R}$ tali che $\partial(\partial B) \neq \partial(\partial(\partial B))$

17. Calcolare il limite: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^{\ln n} - \sqrt{n}}{n^5 + \ln(1+n^n)}$

18. Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni: $a_n = \ln(n^{200})$ $b_n = (n^2)!$ $c_n = 2^{n!}$
e $d_n = n^{n^2}$.

19. Date le funzioni: $f(x) = 3^x - 1$ e $g(x) = \sqrt{3+3^x} - 2$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

20. Calcolare il limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^6}{\ln(1 + \tan^3 x^2)}$

Tempo: 2 ora e 30 minuti

Punteggi: (3+3+?) + 6+8+(3+3)+6