Primo Esonero di Analisi Matematica I

A

A.A. 2014-2015
26 Novembre 2014

$\partial A = [-1,0] \cup \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ $\quad \partial(\partial A) = \partial(\partial(\partial A)) = \{-1, 0\} \cup \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

1. Dato l'insieme $A = (\mathbf{Q} \cap (-1,0]) \cup \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$ trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$.
-1 NO 1 1
Trovare poi ∂A, $\partial(\partial A)$ e $\partial(\partial(\partial A))$.
Facoltativo: dire, motivando la risposta, se esistono insiemi $B \subset \mathbf{R}$ tali che $\partial(\partial B) \neq \partial(\partial(\partial B))$

NO: VALE SEMPRE "="

2. Calcolare il limite: $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\left(2 - \frac{1}{n}\right)^n - 3^{\sqrt{n}}}{2^n + \ln(1 + n^n)}$ $= \dfrac{1}{\sqrt{e}}$

3. Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni: $a_n = n^{200}$ $\quad b_n = (n^2)!$ $\quad c_n = (n^2)^n$ e $d_n = n^{n^2}$.

$a_n = o(c_n) \quad c_n = o(d_n) \quad d_n = o(b_n)$

4. Date le funzioni: $f(x) = e^{x^2 + \sin x} - 1$ e $g(x) = e^{x + \sin x^2} - 1$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \to +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$.

per $x \to 0$ si ha $f(x) \approx g(x)$
per $x \to +\infty$ si ha $g(x) = o(f(x))$

5. Calcolare il limite: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x^2}{\sin(\sin(\sin(\sin x)))}$ $= 0$

Tempo: 2 ora e 30 minuti
Punteggi: (3+3+?)+6+8+(3+3)+6

Primo Esonero di Analisi Matematica I

B

A.A. 2014-2015
26 Novembre 2014

$\partial A = [0,2] \cup \left\{-\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} - \{0\}\right\}$ $\quad$ $\partial(\partial A) = \partial(\partial(\partial A)) = \{0,2\} \cup \left\{-\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} - \{0\}\right\}$

6. Dato l'insieme $A = (\mathbf{Q} \cap [0,2)) \cup \left\{-\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\}\right\}$ trovare (se esistono) inf A, min A, sup A e max A.
$-1 \quad -1 \quad 2 \quad$ NO
Trovare poi ∂A, $\partial(\partial A)$ e $\partial(\partial(\partial A))$.
Facoltativo: dire, motivando la risposta, se esistono insiemi $B \subset \mathbf{R}$ tali che $\partial(\partial B) \neq \partial(\partial(\partial B))$

NO: VALE SEMPRE "="

7. Calcolare il limite: $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(3+\frac{1}{n}\right)^n - n^3}{3^n + \ln(1+n^n)} = \sqrt[3]{e}$

8. Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni: $a_n = 2^n$ $\quad b_n = (n^2)!$ $\quad c_n = (n!)^2$ e $d_n = n^{n^2}$.

$a_n = o(c_n) \quad c_n = o(d_n) \quad d_n = o(b_n)$

9. Date le funzioni: $f(x) = \ln(x + e^x)$ e $g(x) = \ln(1 + x^2)$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \to +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$.

$g(x) = o(f(x))$ sia per $x \to +\infty$ che per $x \to 0$

10. Calcolare il limite: $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan^4 x}{1 - \cos(\sin x^2)} = 2$

Tempo: 2 ora e 30 minuti
Punteggi: (3+3+?)+6+8+(3+3)+6

Primo Esonero di Analisi Matematica I

C

A.A. 2014-2015
26 Novembre 2014

$\partial A = \{0\} \cup [1,4] \cup \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} - \{0\}\}$ $\partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{0,1,4\} \cup \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} - \{0\}\}$

11. Dato l'insieme $A = ([1,4) \cap \mathbf{Q}) \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$ trovare (se esistono) inf A, min A, sup A e max A.
0 NO 4 NO
Trovare poi ∂A, $\partial(\partial A)$ e $\partial(\partial(\partial A))$.
Facoltativo: dire, motivando la risposta, se esistono insiemi $B \subset \mathbf{R}$ tali che $\partial(\partial B) \neq \partial(\partial(\partial B))$

NO: VALE SEMPRE "="

12. Calcolare il limite: $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^{\ln n} - (\ln n)^n}{2^n + \ln(1+n^n)}$ $= -\infty$

13. Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni: $a_n = 200n$ $b_n = (n^2)!$ $c_n = 2^{n^3}$ e $d_n = n^{n^2}$.

$a_n = o(d_n)$ $d_n = o(b_n)$ $b_n = o(c_n)$

14. Date le funzioni: $f(x) = \sqrt{1+x} - 1$ e $g(x) = \ln\left(\frac{e^x+1}{2}\right)$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \to +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$.

$f(x) \approx g(x)$ per $x \to 0$
$f(x) = o(g(x))$ per $x \to +\infty$

15. Calcolare il limite: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^4 x}{\ln(\cos x)}$ $= 0$

Tempo: 2 ora e 30 minuti
Punteggi: (3+3+?)+6+8+(3+3)+6

Primo Esonero di Analisi Matematica I

D

A.A. 2014-2015
26 Novembre 2014

$\partial A = \{2\} \cup [-1,1] \cup \{2 - \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$ $\quad \partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{-1, 1, 2\} \cup \{2 - \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$

16. Dato l'insieme $A = ((-1,1) \cap \mathbf{Q}) \cup \left\{2 - \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N}\right\}$ trovare (se esistono) inf A, min A, sup A e max A.
NO $\quad$ −1 $\quad$ NO $\quad$ 2
Trovare poi ∂A, $\partial(\partial A)$ e $\partial(\partial(\partial A))$.
Facoltativo: dire, motivando la risposta, se esistono insiemi $B \subset \mathbf{R}$ tali che $\partial(\partial B) \neq \partial(\partial(\partial B))$

NO: VALE SEMPRE "="

17. Calcolare il limite: $\lim_{n\to+\infty} \frac{(\ln n)^{\ln n} - \sqrt{n}}{n^5 + \ln(1+n^n)}$ $= +\infty$

18. Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni: $a_n = \ln(n^{200})$ $\quad b_n = (n^2)!$ $\quad c_n = 2^{n!}$ e $d_n = n^{n^2}$.

$a_n = o(d_n)$, $d_n = o(b_n)$, $b_n = o(c_n)$

19. Date le funzioni: $f(x) = 3^x - 1$ e $g(x) = \sqrt{3 + 3^x} - 2$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \to +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$.

$f(x) \simeq 4\, g(x)$ per $x \to 0$
$g(x) = o(f(x))$ per $x \to +\infty$

20. Calcolare il limite: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^6}{\ln(1 + \tan^3 x^2)}$ $= 1$

Tempo: 2 ora e 30 minuti
Punteggi: (3+3+?)+6+8+(3+3)+6