

II Appello Autunnale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2014-2015
22 Settembre 2015

1. Trovare, motivando la risposta, punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione dell'insieme:

$$A = (\mathbf{Q} \cap [-1, 1]) \cup (1, +\infty).$$

2. Confrontare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$ delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \sqrt[5]{1+2x} - \sqrt[4]{1+x^2} \quad g(x) = \frac{1}{\ln x} \quad h(x) = (\sqrt{x})^{\frac{1}{\sqrt{x}}}.$$

3. Sia data $f(x) = \sqrt{\frac{|x|-1}{x+1}}$.

- (a) Fare uno studio completo del grafico di f .
(b) Utilizzando eventualmente il punto (a), dire quante sono le soluzioni dell'equazione $x^2 = 8f(x)$.

4. Sia dato l'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \left| \alpha + \frac{\sin x}{4} \right|^x dx.$$

Studiare la convergenza nei casi $\alpha = 2$, $\alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha = 1$ e infine (facoltativo) $\alpha = \frac{3}{4}$.

5. Sia data la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^{\alpha n} \sin \frac{1}{(n+2)!}.$$

Studiare la convergenza semplice e assoluta nei casi $\alpha = 2$, $\alpha = 1$ e $\alpha = \frac{1}{2}$.

Tempo: 3 ore
Punteggi: 6+6+8+(7+?)+6

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....