

## II Appello Autunnale di Analisi Matematica I

# A

A.A. 2015-2016  
23 Settembre 2016

1. Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

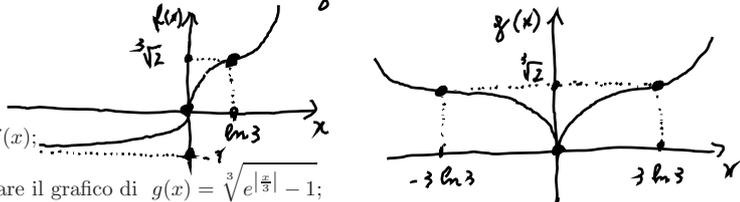
$$d_n = o(b_n) \quad b_n = o(c_n) \quad c_n = o(a_n)$$

$$a_n = e^{\sqrt{n^3+n^2}}, \quad b_n = e^{\sqrt{n^3+n}}, \quad c_n = ne^{\sqrt{n^3-1}}, \quad d_n = (2n)!$$

2. Data  $f(x) = \sqrt[6]{1+3x^4+3x^6} - \frac{1}{2}(e^{x^4} + e^{x^6}) = -\frac{7}{8}x^8 + o(x^8)$

(a) trovare  $n$  intero positivo tale che  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n}$  esista finito e non nullo;  $n = 8$

(b) usare il risultato del punto (a) per calcolare  $f^{(6)}(0)$ ,  $f^{(7)}(0)$  e  $f^{(8)}(0)$ .  $= -\frac{7}{8} \cdot 8! = -35280$



3. Data  $f(x) = \sqrt[3]{e^x - 1}$

(a) fare uno studio completo del grafico di  $f(x)$ ;

(b) usare il risultato del punto (a) per studiare il grafico di  $g(x) = \sqrt[3]{e^{\frac{|x|}{3}} - 1}$ ;

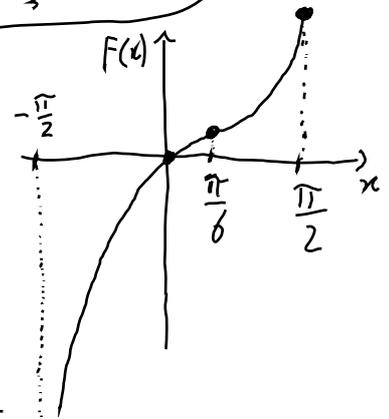
(c) usare il risultato del punto (b) per dire quante sono le soluzioni dell'equazione  $g(x) = -x$ .

3 SOL  $x_1, x_2$  e  $x_3$  TALI CHE  
 $x_1 = 0 \quad -3 \ln 3 < x_2 < 0 \quad x_3 < -3 \ln 3$

4. Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1 + \sin t} \cos t} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne monotonia e convessità.



BASTA OSSERVARE  
CHE  $\sqrt{k+1} - \sqrt{k} \rightarrow 0$

5. Sia dato l'insieme  $A = \{\sqrt{m} - \sqrt{n} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

(a) mostrare che 0 è un punto di accumulazione per  $A$ ;

(b) (facoltativo) Mostrare che  $A$  è denso in  $\mathbb{R}$ .

↳ **[OSS]** SIA  $I = (a, b)$  CON  $0 < a < b$  E SIA  $\delta = b - a$ ,  
SI PRENDE  $k_0$  t.c.  $\sqrt{k_0+1} - \sqrt{k_0} < \min(\delta, a)$  POI SI PRENDE  
IL PIÙ PICCOLO  $n_0$  tale che  $\sqrt{k_0+n_0} - \sqrt{k_0} > a$  E SI DIMOSTRA CHE  $\sqrt{k_0+n_0} - \sqrt{k_0} < b$ ,  
Tempo: 2 ore e 45 minuti  
Punteggi: 8+(6+2)+(5+1+2)+8+(2+?)

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente?  SI  NO Firma:.....

II Appello Autunnale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2015-2016  
23 Settembre 2016

6. Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$d_n = o(b_n) \quad b_n = o(c_n) \quad c_n = o(a_n)$$

$$a_n = e^{(n + \frac{1}{\sqrt{n}})^2}, \quad b_n = e^{(n + \frac{1}{n})^2}, \quad c_n = ne^{n^2-1}, \quad d_n = (2n)!$$

7. Data  $f(x) = \sqrt[4]{1-x^4-x^6} - \frac{\cos x^2 + \cos x^3}{2} = -\frac{11}{96}x^8 + o(x^8)$

(a) trovare  $n$  intero positivo tale che  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n}$  esista finito e non nullo;  $n = 8$

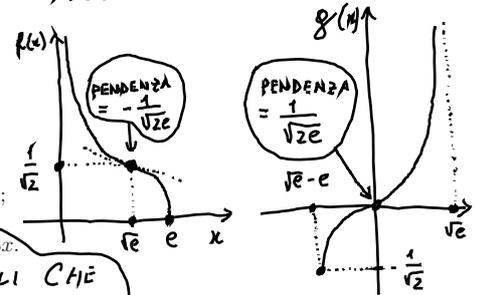
(b) usare il risultato del punto (a) per calcolare  $f^{(6)}(0)$ ,  $f^{(7)}(0)$  e  $f^{(8)}(0) = -\frac{11}{96} \cdot 8! = -4620$

8. Data  $f(x) = \sqrt{1 - \ln x}$   
(a) fare uno studio completo del grafico di  $f(x)$ ;

(b) usare il risultato del punto (a) per studiare il grafico di  $g(x) = \sqrt{1 - \ln(\sqrt{e-x})} - \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;

(c) usare il risultato del punto (b) per dire quante sono le soluzioni dell'equazione  $g(x) = 3x$ .

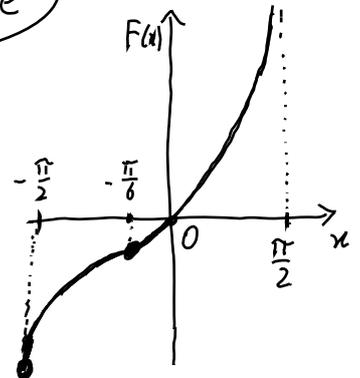
2 SOL.  $x_1$  E  $x_2$  TALI CHE  
 $x_1 = 0, \quad 0 < x_2 < \sqrt{e}$



9. Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{(1 - \sin t) \cos t}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne monotonia e convessità.



10. Sia dato l'insieme  $A = \{\sqrt{m} - \sqrt{n} \mid n, m \in \mathbf{N}\}$

- (a) mostrare che 0 è un punto di accumulazione per  $A$ ;  
(b) (facoltativo) Mostrare che  $A$  è denso in  $\mathbf{R}$ .

VEDI PROB 5  
COMPIUTO A

Tempo: 2 ore e 45 minuti

Punteggi: 8+(6+2)+(5+1+2)+8+(2+?)

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente?  SI  NO Firma:.....