

## II Appello Estivo di Analisi Matematica I

# A

A.A. 2014-2015

17 Luglio 2015

1. Sia  $A \subset \mathbf{R}$  il complementare di  $\mathbf{Z}$ , cioè  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x \text{ non è intero}\}$ .  
Trovare, motivando la risposta, punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione dell'insieme  $A$ .

2. Confrontare l'ordine di infinito delle seguenti successioni:

$$a_n = ((n!)^n)^2 \quad b_n = 2^{n^3} \quad c_n = n^{n^2}$$

3. Sia data  $f(x) = \sin^2(x + x^3)$ .  
(a) Trovarne lo sviluppo di Taylor di ordine 7 nel punto  $x_0 = 0$ .  
(b) Usando eventualmente il risultato del punto (a), calcolare  $f^{(6)}(0)$ .  
(c) Calcolare  $g^{(2015)}(0)$ , dove  $g(x) = x^2 f(x)$ .

4. Sia data la funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t dt$$

- (a) Trovarne il dominio.  
(b) Studiarne la monotonia.  
(c) Determinarne eventuali asintoti verticali, orizzontali o obliqui.  
(d) (facoltativo) Dire quante sono le soluzioni dell'equazione  $F(x) = -2$ .

5. Sia data la serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^{\alpha n}}{n^{n+1}}$$

dipendente da un parametro  $\alpha > 0$ . Studiarne, al variare di  $\alpha$ , la convergenza semplice ed assoluta.

**Tempo:** 3 ore

**Punteggi:** 6+6+6+(8+?)+8

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente?  SI  NO Firma:.....