# II Appello Estivo di Analisi Matematica I

**A**

A.A. 2015-2016
18 Luglio 2016

**1.** Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$a_n = (2n)^{n+1}, \qquad b_n = (n-1)^{2n-1}, \qquad c_n = (4+(-1)^n)^n \cdot n^n.$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a_n = o(c_n) \\ c_n = o(b_n) \end{array}}$$

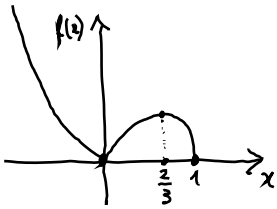
**2.** Calcolare:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\overbrace{2\ln(\cos x) + \ln\left(2-\cos^2 x\right) + \sin^2 x^2}^{= \frac{2}{3}x^6 + O(x^8)}}{x^\beta} = \begin{cases} \beta=6 & = \frac{2}{3} \\ \beta=7 & = \boxed{\text{NON ESISTE}} \\ \beta=8 & = +\infty \end{cases}$$

per $\beta = 6$, $\beta = 7$, e $\beta = 8$.

**3.** Si consideri l'equazione

$$\sqrt{x^2(1-x)} = \left|e^{2x} - 1\right|.$$



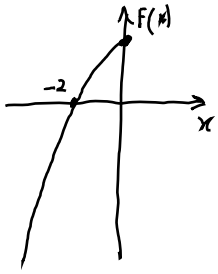

(**a**) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.

(**b**) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

$$\boxed{\text{2 SOLUZIONI: } x_1 = 0,\ x_2 < 0}$$

**4.** Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_{-2}^{x} e^{e^{\frac{1}{t}}}\, dt.$$




In particolare determinarne dominio $[-\infty, 0)$, segno ed eventuali asintoti (NESSUN ASINTOTO) e studiarne monotonia, e convessità.

$$\boxed{F(x) \text{ è } \begin{cases} >0 & \text{SE } -2 < x \le 0 \\ =0 & \text{SE } x = -2 \\ <0 & \text{SE } x < -2 \end{cases}}$$

$\boxed{\text{SEMPRE CRESCENTE}}$ $\boxed{\text{SEMPRE CONCAVA}}$

**5.** (Facoltativo) Sia data la successione $a_n = \sqrt{n} - \lfloor\sqrt{n}\rfloor$.

(**a**) Esibire, motivando la risposta, una sottosuccessione di $a_n$ che tenda a 0. $a_{n_k} = a_{k^2} = \sqrt{k^2} - \lfloor\sqrt{k^2}\rfloor = 0 \to 0$

(**b**) Esibire, motivando la risposta, una sottosuccessione di $a_n$ che tenda a 1. $a_{n_k} = a_{k^2+2k} = \sqrt{k^2+2k} - \lfloor\sqrt{k^2+2k}\rfloor = \dots = \frac{2k}{\sqrt{k^2+2k}+k} \to 1$

(**c**) Dire, motivando la risposta, per quali altri $\lambda \in \mathbf{R}$ esiste una sottosuccessione di $a_n$ che tende a $\lambda$.

PER OGNI $\lambda \in [0,1]$ PERCHÉ $(a_n)$ È DENSA IN $[0,1]$.

**Tempo:** 2 ore e 45 minuti
**Punteggi:** 6+8+(6+3)+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

# II Appello Estivo di Analisi Matematica I

**B**

A.A. 2015-2016
18 Luglio 2016

**6.** Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$a_n = (2n+1)^n\,, \qquad b_n = (n-3)^{2n}\,, \qquad c_n = (4+\sin n)^{n+1}\cdot n^{n-1}.$$

$a_n = o(c_n)$
$c_n = o(b_n)$

**7.** Calcolare:

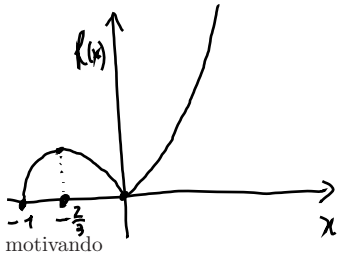
$$\lim_{x\to 0} \frac{\overbrace{2\ln(\cos x) + \ln\left(1+\sin^2 x\right) + 1 - \cos^2 x^2}^{f(x)}}{x^\beta}$$

per $\beta = 6$, $\beta = 7$, e $\beta = 8$.

IDENTICO AL PROB. 2 (MANIPOLANDO LA $f(x)$ SI VEDE CHE È LA STESSA)

**8.** Si consideri l'equazione

$$\overset{f(x)}{\sqrt{x^2(1+x)}} = |\ln(1+2x)|\,.$$



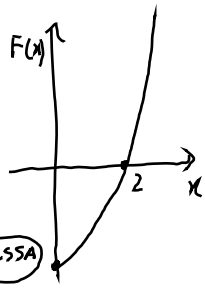

(**a**) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.

(**b**) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

2 SOLUZIONI: $x_1 = 0$ E $x_2 > 0$

**9.** Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_2^x e^{e^{-\frac{1}{t}}}\,dt.$$




In particolare determinarne dominio, $[0,+\infty)$ segno ed eventuali asintoti (NESSUN ASINTOTO) e studiarne monotonia (SEMPRE CRESCENTE) e convessità (SEMPRE CONVESSA).

$F(x)$ È $<0$ SE $0 \le x < 2$; $=0$ SE $x=2$; $>0$ SE $x>2$

**10.** (Facoltativo) Sia data la successione $a_n = \sqrt{n} - \lfloor\sqrt{n}\rfloor$.

(**a**) Esibire, motivando la risposta, una sottosuccessione di $a_n$ che tenda a 0.

(**b**) Esibire, motivando la risposta, una sottosuccessione di $a_n$ che tenda a 1.

(**c**) Dire, motivando la risposta, per quali altri $\lambda \in \mathbf{R}$ esiste una sottosuccessione di $a_n$ che tende a $\lambda$.

IDENTICO AL PROBLEMA 5

**Tempo:** 2 ore e 45 minuti
**Punteggi:** 6+8+(6+3)+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....