

II Appello Estivo di Analisi Matematica I

A

A.A. 2016-2017
19 Luglio 2017

1. Siano date le successioni $a_n = \left(2 - \frac{2}{n+2}\right)^{n^2}$ e $b_n = \left(\frac{2}{n+1} - 2\right)^{n^2}$.
- (a) Calcolare se esistono $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$.
- (b) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_n}{b_n} \right|$.
- (c) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n - b_n)$.
2. Calcolare, sia per $\alpha = 5$ che per $\alpha = 6$, il limite: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x) + \ln(1-x+x^2) + \ln(1-(\arctan x)^3)}{x^\alpha}$.
3. Sia data la funzione $f(x) = \frac{e^{-3x} - e^x}{e^{-3x} + e^x}$.
- (a) Fare uno studio completo del grafico di $f(x)$.
- (b) Dire quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = -\frac{x}{2} + \frac{1}{4}$.
- (c) Dire per quali $m \in \mathbf{R}$, esiste una retta di pendenza m che interseca il grafico di $f(x)$ in 3 punti.
4. Sia data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{15+x^\alpha} - \sqrt{x^\alpha}}{\sqrt{3+\sqrt{1+x}}}$, dipendente da un parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.
- (a) Calcolare, per $\alpha = 0$, l'integrale $\int_0^{35} f(x) dx$.
- (b) Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$, risulta convergente l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} f(x) dx$.
5. Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, convergenza semplice e assoluta della serie: $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^\alpha((n+3)!)}$.

Tempo: 2 ore e 30 min

Punteggi: (2+4+2)+7+(4+2+1)+(3+4)+7

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

II Appello Estivo di Analisi Matematica I

B

A.A. 2016-2017

19 Luglio 2017

6. Siano date le successioni $a_n = \left(\frac{5}{n} - 5\right)^{n^2}$ e $b_n = \left(5 - \frac{5}{n+1}\right)^{n^2}$.

(a) Calcolare se esistono $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$.

(b) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_n}{b_n} \right|$.

(c) Calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n - b_n)$.

7. Calcolare, sia per $\alpha = 5$ che per $\alpha = 6$, il limite: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1-x) + \ln(1+x+x^2) + \ln(1+(\sin x)^3)}{x^\alpha}$.

8. Sia data la funzione $f(x) = \frac{e^{2x} - e^{-x}}{e^{2x} + e^{-x}}$.

(a) Fare uno studio completo del grafico di $f(x)$.

(b) Dire quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$.

(c) Dire per quali $m \in \mathbf{R}$, esiste una retta di pendenza m che interseca il grafico di $f(x)$ in 3 punti.

9. Sia data la funzione $f(x) = \frac{1 - \frac{1}{1+3x^\alpha}}{\sqrt{7} + \sqrt{4+x}}$, dipendente da un parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.

(a) Calcolare, per $\alpha = 0$, l'integrale $\int_0^{77} f(x) dx$.

(b) Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$, risulta convergente l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} f(x) dx$

10. Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, convergenza semplice e assoluta della serie: $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n ((n+1)^\alpha - n^\alpha)$.

Tempo: 2 ore e 30 min

Punteggi: (2+4+2)+7+(4+2+1)+(3+4)+7

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....