II Appello Invernale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2015-2016
18 Febbraio 2016

1. Calcolare il limite:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{\sqrt{n}} + \sqrt{e^n} + 7\sin\left(e^{n^2}\right)}{e^{\sqrt{n}} + 5\sqrt{e^n} + \sin\left(e^{n^2}\right)}.$$

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{x\to+\infty} 2x \cdot \left(\sqrt{\frac{x+2016}{x+2015}} - \sqrt{\frac{x+1}{x+8}}\right).$$

3. Si consideri l'equazione

$$e^{x^2+x} = \ln(e+x)$$

(**a**) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.

(**b**) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

4. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\arctan\sqrt{x}}{(1+x)x^{\alpha}}$$

dipendente da un parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.

(**a**) Calcolare, per $\alpha = \frac{1}{2}$, l'integrale $\int_1^3 f(x)\,dx$.

(**b**) Calcolare, per $\alpha = \frac{1}{2}$, l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

(**c**) Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$, risulta convergente l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

5. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ di classe C^{10}, si considerino le due affermazioni:

(**a**) f è una funzione pari.

(**b**) Lo sviluppo di Taylor di ordine 10 nel punto $x_0 = 0$ della funzione f contiene solo potenze pari della x.

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \Longrightarrow (b)$ e $(b) \Longrightarrow (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 7+7+(4+4)+9+?

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2015-2016
18 Febbraio 2016

6. Calcolare il limite:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{4^{\sqrt{n}} + \sqrt{4^n} + 8\sin(n^n)}{4^{\sqrt{n}} + 3\sqrt{4^n} + \sin(n^n)}.$$

7. Calcolare il limite:

$$\lim_{x\to+\infty} 2x \cdot \left(\sqrt{\frac{x+2017}{x+2016}} - \sqrt{\frac{x+2}{x+7}}\right).$$

8. Si consideri l'equazione

$$e^{x^2-x} = \ln(e+x)$$

(**a**) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.

(**b**) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

9. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^\alpha \arctan\sqrt{x}}{(1+x)}$$

dipendente da un parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.

(**a**) Calcolare, per $\alpha = -\frac{1}{2}$, l'integrale $\int_1^3 f(x)\,dx$.

(**b**) Calcolare, per $\alpha = -\frac{1}{2}$, l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

(**c**) Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$, risulta convergente l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

10. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ di classe C^{10}, si considerino le due affermazioni:

(**a**) f è una funzione pari.

(**b**) Lo sviluppo di Taylor di ordine 10 nel punto $x_0 = 0$ della funzione f contiene solo potenze pari della x.

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \Longrightarrow (b)$ e $(b) \Longrightarrow (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 7+7+(4+4)+9+?

Cognome:................ Nome:................ Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

C

A.A. 2015-2016
18 Febbraio 2016

11. Calcolare il limite:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln\left(1+n^2\right)+\ln^2(1+n)+9\sin(n!)}{\ln\left(1+n^2\right)+2\ln^2(1+n)+\sin(n!)}.$$

12. Calcolare il limite:

$$\lim_{x\to+\infty} 2x\cdot\left(\sqrt{\frac{x+7}{x+1}}-\sqrt{\frac{x+2015}{x+2016}}\right).$$

13. Si consideri l'equazione

$$xe^{x^2-1}=\sin x$$

(**a**) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.

(**b**) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

14. Data la funzione

$$f(x)=\frac{\arctan x^{\alpha}}{(1+x)\sqrt{x}}$$

dipendente da un parametro $\alpha\in\mathbf{R}$.

(**a**) Calcolare, per $\alpha=\frac{1}{2}$, l'integrale $\int_1^3 f(x)\,dx$.

(**b**) Calcolare, per $\alpha=\frac{1}{2}$, l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

(**c**) Dire per quali $\alpha\in\mathbf{R}$, risulta convergente l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

15. (Facoltativo) Data $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ di classe C^{10}, si considerino le due affermazioni:

(**a**) f è una funzione pari.

(**b**) Lo sviluppo di Taylor di ordine 10 nel punto $x_0=0$ della funzione f contiene solo potenze pari della x.

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a)\implies(b)$ e $(b)\implies(a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 7+7+(4+4)+9+?

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

è

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

D

A.A. 2015-2016
18 Febbraio 2016

16. Calcolare il limite:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)^n + 4n^{n+1} + 3\sin\left(n^{2n}\right)}{(n+1)^n + n^{n+1} + \sin\left(n^{2n}\right)}.$$

17. Calcolare il limite:

$$\lim_{x\to+\infty} 2x \cdot \left(\sqrt{\frac{x+5}{x+2}} - \sqrt{\frac{x+2016}{x+2015}}\right).$$

18. Si consideri l'equazione

$$xe^{x^2+1} = 10 + \ln x$$

(**a**) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.

(**b**) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

19. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\arctan \frac{1}{x^\alpha}}{(1+x)\sqrt{x}}$$

dipendente da un parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.

(**a**) Calcolare, per $\alpha = -\frac{1}{2}$, l'integrale $\int_1^3 f(x)\,dx$.

(**b**) Calcolare, per $\alpha = -\frac{1}{2}$, l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

(**c**) Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$, risulta convergente l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

20. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ di classe C^{10}, si considerino le due affermazioni:

(**a**) f è una funzione pari.

(**b**) Lo sviluppo di Taylor di ordine 10 nel punto $x_0 = 0$ della funzione f contiene solo potenze pari della x.

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \Longrightarrow (b)$ e $(b) \Longrightarrow (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 7+7+(4+4)+9+?

Cognome:................ Nome:................ Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.............................