II Appello Invernale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2016-2017
22 Febbraio 2017

1. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{x-2017}$, si consideri l'insieme $A = \{f(x) \mid x \in \mathbf{Q} \cap (2017, +\infty)\}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$. Determinare inoltre la frontiera di A.

2. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = 5^{\sqrt{n}\ln n}$, $b_n = (n^2)^{\sqrt{n}}$, $c_n = \left(2 + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)^n$ e $d_n = 2^n$.

3. Data la funzione: $f(x) = \left(\ln \sqrt[3]{1-x^3} + x - \arctan x\right) \cdot \left(e^{-2x^2} - \cos(2x)\right)$

(**a**) trovarne il polinomio di Taylor di ordine 11 centrato in $x_0 = 0$;

(**b**) usare il punto (a) per dire quanto vale $f^{(11)}(0)$.

4. Dato l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x^3 \ln^\alpha (1+x^4)\,(|\ln x| + 1)^\beta}{(2+x^4)^2}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 1$ e $\beta = 0$;

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$.

5. Data la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{10n^\alpha + \sin n^{3\alpha}}$

(**a**) studiarne la convergenza per $\alpha = 2$;

(**b**) studiarne la convergenza per $\alpha = 1$;

(**c**) (facoltativo) studiarne la convergenza per $\alpha = \frac{2}{3}$.

Tempo: 2 ore e 30 min
Punteggi: 6+8+7+7+(7+?)

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2016-2017
22 Febbraio 2017

6. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{x+2017}$, si consideri l'insieme $A = \{f(x) \mid x \in \mathbf{Q} \cap (-2017, +\infty)\}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$. Determinare inoltre la frontiera di A.

7. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = 10^{\sqrt{n}\ln n}$, $b_n = (n^2)^{\sqrt{n}}$, $c_n = \left(3 + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)^n$ e $d_n = 3^n$.

8. Data la funzione: $f(x) = \left(\ln \sqrt[6]{1+x^3} - x + \sin x\right) \cdot \left(e^{x^2} + e^{-x^2} - 2\right)$

(**a**) trovarne il polinomio di Taylor di ordine 11 centrato in $x_0 = 0$;

(**b**) usare il punto (a) per dire quanto vale $f^{(11)}(0)$.

9. Dato l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\ln^\alpha(1+\sqrt{x})\,(|\ln x|+1)^\beta}{\sqrt{x}\,(2+\sqrt{x})^2}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 1$ e $\beta = 0$;

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$.

10. Data la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{8n^\alpha + \cos n^{3\alpha+1}}$

(**a**) studiarne la convergenza per $\alpha = 2$;

(**b**) studiarne la convergenza per $\alpha = 1$;

(**c**) (facoltativo) studiarne la convergenza per $\alpha = \frac{2}{3}$.

Tempo: 2 ore e 30 min
Punteggi: 6+8+7+7+(7+?)

Cognome:................ Nome:................ Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.............................

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

C

A.A. 2016-2017
22 Febbraio 2017

11. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2017 - x}$, si consideri l'insieme $A = \{f(x) \mid x \in \mathbf{Q} \cap (-\infty, 2017)\}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$. Determinare inoltre la frontiera di A.

12. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = 2^{\sqrt[3]{n}\ln n}$, $b_n = n^{\sqrt[3]{n}}$, $c_n = \left(2 + \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)^{\sqrt{n}}$ e $d_n = 2^{\sqrt{n}}$.

13. Data la funzione: $f(x) = \left(\ln \sqrt[3]{1 + x^3} + x\cos x - \sin x\right) \cdot \left(x^2 - \ln\left(1 + x^2\right)\right)$

(**a**) trovarne il polinomio di Taylor di ordine 11 centrato in $x_0 = 0$;

(**b**) usare il punto (a) per dire quanto vale $f^{(11)}(0)$.

14. Dato l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x\left(\ln\sqrt{1+x^2}\right)^{\alpha}\left(|\ln x| + 1\right)^{\beta}}{\left(2 + x^2\right)^2}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 1$ e $\beta = 0$;

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$.

15. Data la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3n^{\alpha} + \cos(\pi n)}$

(**a**) studiarne la convergenza per $\alpha = 2$;

(**b**) studiarne la convergenza per $\alpha = 1$;

(**c**) (facoltativo) studiarne la convergenza per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Tempo: 2 ore e 30 min
Punteggi: 6+8+7+7+(7+?)

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.............................

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

D

A.A. 2016-2017
22 Febbraio 2017

16. Data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{2017+x}$, si consideri l'insieme $A = \{f(x) \mid x \in \mathbf{Q} \cap (-\infty, -2017)\}$. Trovare (se esistono) $\inf A$, $\min A$, $\sup A$ e $\max A$. Determinare inoltre la frontiera di A.

17. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono: $a_n = 3^{\sqrt[3]{n}\ln n}$, $b_n = n^{\sqrt[3]{n}}$, $c_n = \left(2 + \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)^{\sqrt{n}}$ e $d_n = 2^{\sqrt{n}}$.

18. Data la funzione: $f(x) = \left(\ln\sqrt{1-x^3} + x(1-\cos x)\right) \cdot \left(\sin\left(x^2+x^4\right) - \sin x^2\right)$

(**a**) trovarne il polinomio di Taylor di ordine 11 centrato in $x_0 = 0$;

(**b**) usare il punto (a) per dire quanto vale $f^{(11)}(0)$.

19. Dato l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x\ln^\alpha\left(1+\frac{x^2}{2}\right)(|\ln x|+1)^\beta}{(3+x^2)^2}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 1$ e $\beta = 0$;

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$.

20. Data la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2\alpha+1)n^\alpha - \cos(\pi n)}$

(**a**) studiarne la convergenza per $\alpha = 2$;

(**b**) studiarne la convergenza per $\alpha = 1$;

(**c**) (facoltativo) studiarne la convergenza per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Tempo: 2 ore e 30 min
Punteggi: 6+8+7+7+(7+?)

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.............................