

I Recupero del II Esonero di Analisi Mat. I

A

A.A. 2015-2016
4 Febbraio 2016

1. Data la funzione

$$f(x) = \sin(\ln(1+x)) - \ln(1+\sin x) - \frac{x^4}{12}.$$

- (a) Dire, al variare di $\alpha > 0$, quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.
 (b) Dire, motivando la risposta, se per $x = 0$, $f(x)$ abbia un massimo, un minimo o un flesso a tangente orizzontale.

2. Si consideri l'equazione

$$\frac{4x^2}{x^2 + 1} = \arctan x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
 (b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

3. Studiare, al variare di $\alpha \geq 0$, la convergenza dell'integrale improprio:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos x + \arctan \frac{1}{\sqrt{x}}}{1 + x^{\alpha+1}} dx.$$

4. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{-t}}{\sqrt[3]{t}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

5. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1 , si considerino le due affermazioni:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
 (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti

Punteggi: (6+2)+(4+4)+8+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

I Recupero del II Esonero di Analisi Mat. I

B

A.A. 2015-2016
4 Febbraio 2016

6. Data la funzione

$$f(x) = \arctan(\ln(1+x)) - \ln(1 + \arctan x) - \frac{x^4}{6}.$$

- (a) Dire, al variare di $\alpha > 0$, quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.
- (b) Dire, motivando la risposta, se per $x = 0$, $f(x)$ abbia un massimo, un minimo o un flesso a tangente orizzontale.

7. Si consideri l'equazione

$$\frac{40x}{x^2 + 25} = \arctan x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
- (b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

8. Studiare, al variare di $\alpha \geq 0$, la convergenza dell'integrale improprio:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos x + \sin \frac{1}{x^2}}{1 + x^{\alpha+1}} dx.$$

9. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{\sqrt{t}\sqrt{1+e^t}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

10. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1 , si considerino le due affermazioni:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
- (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti

Punteggi: (6+2)+(4+4)+8+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

I Recupero del II Esonero di Analisi Mat. I

C

A.A. 2015-2016
4 Febbraio 2016

11. Data la funzione

$$f(x) = \arctan(e^x - 1) - e^{\arctan x} + 1 + \frac{x^4}{6}.$$

- (a) Dire, al variare di $\alpha > 0$, quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.
 (b) Dire, motivando la risposta, se per $x = 0$, $f(x)$ abbia un massimo, un minimo o un flesso a tangente orizzontale.

12. Si consideri l'equazione

$$\frac{4x}{x^2 + 1} = 2^x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
 (b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

13. Studiare, al variare di $\alpha \geq 0$, la convergenza dell'integrale improprio:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x + \arctan \frac{1}{x}}{x^\alpha \cdot \sqrt{x}} dx.$$

14. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{\sqrt{t}} \sin \frac{1}{t+1} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

15. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1 , si considerino le due affermazioni:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
 (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti

Punteggi: (6+2)+(4+4)+8+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

I Recupero del II Esonero di Analisi Mat. I

D

A.A. 2015-2016
4 Febbraio 2016

16. Data la funzione

$$f(x) = \sin(e^x - 1) - e^{\sin x} + 1 + \frac{x^4}{12}.$$

- (a) Dire, al variare di $\alpha > 0$, quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.
- (b) Dire, motivando la risposta, se per $x = 0$, $f(x)$ abbia un massimo, un minimo o un flesso a tangente orizzontale.

17. Si consideri l'equazione

$$\frac{8x^2 + 16}{x^2 + 1} = 15 + e^x$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
- (b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

18. Studiare, al variare di $\alpha \geq 0$, la convergenza dell'integrale improprio:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x + \sin \frac{1}{x^3}}{x^\alpha \cdot \sqrt{x}} dx.$$

19. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \sqrt{\frac{1}{t}} \arctan \frac{1}{t+2} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

20. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1 , si considerino le due affermazioni:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
- (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti

Punteggi: (6+2)+(4+4)+8+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....