Recupero II Esonero di Analisi Mat. I

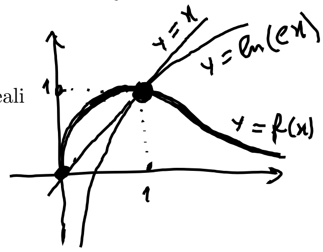
A

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

1. Data $f(x) = \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt[3]{1-x^2} - \cos\left(\frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right)$, calcolare, al variare di $\alpha > 0$, $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$. $= \lim_{x\to 0^+} \frac{-\frac{5}{27}x^4}{x^\alpha} =$

2. Dopo aver fatto uno studio completo della funzione al primo membro, dire $\overbrace{\text{quante sono}}^{\text{1 SOL.}}$ le soluzioni reali dell'equazione:

$$\underbrace{\frac{4\sqrt{x}}{3+x^2}}_{f(x)} = \ln(ex).$$



3. Dato l'integrale improprio $\int_{\sqrt{2}}^{+\infty} \frac{x^\alpha}{(1+x^4)\ln^\beta x \ln^3(1+x^4)}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 3$ e $\beta = 0$; $= \frac{1}{8\ln^2 3}$

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha \geq 0$ e $\beta \geq 0$.

SE $0 \leq \alpha \leq 3$ CONVERGE $\forall \beta \geq 0$
SE $\alpha > 3$ DIVERGE $\forall \beta \geq 0$

4. Data la serie: $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^\alpha(1+e^{2n}) + \sin n}$

(**a**) studiarne la convergenza assoluta al variare di $\alpha > 0$; PER $\alpha > 1$ SI ; PER $0 < \alpha \leq 1$ NO.

(**b**) studiarne la convergenza semplice per $\alpha = 1$. SI

Tempo: 2 ore
Punteggi: 8+10+8+8

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

Recupero II Esonero di Analisi Mat. I

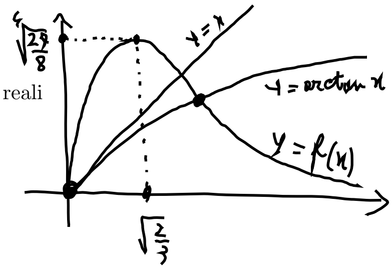
B

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

5. Data $f(x) = \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt[4]{1-x^2} - \cos\left(\frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$, calcolare, al variare di $\alpha > 0$, $\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$. $= \lim_{x \to 0^+} \frac{-\frac{3}{16}x^4}{x^\alpha} =$

6. Dopo aver fatto uno studio completo della funzione al primo membro, dire $\overbrace{\text{quante sono}}^{\text{2 SOL.}}$ le soluzioni reali dell'equazione:

$$\underbrace{\frac{4\sqrt{x}}{2+x^2}}_{f(x)} = \arctan x.$$



7. Dato l'integrale improprio $\int_{\ln 3}^{+\infty} \frac{e^x}{(1+e^x)\ln^\beta x \ln^\alpha(1+e^x)}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 2$ e $\beta = 0$; $= \frac{1}{\ln 4}$

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha \geq 0$ e $\beta \geq 0$.

$$\begin{cases} \text{SE } \alpha > 1 & \text{CONVERGE } \forall \beta \geq 0 \\ \text{SE } \alpha = 1 & \text{CONVERGE SE } \beta > 1 \\ \text{SE } 0 \leq \alpha < 1 & \text{DIVERGE } \forall \beta \geq 0 \end{cases}$$

8. Data la serie: $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{1+(2n)^\alpha} + \sin n}$

(**a**) studiarne la convergenza assoluta al variare di $\alpha > 0$; PER $\alpha > 2$ SI; PER $0 < \alpha \leq 2$ NO.

(**b**) studiarne la convergenza semplice per $\alpha = 2$. SI

Tempo: 2 ore
Punteggi: 8+10+8+8

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

Recupero II Esonero di Analisi Mat. I

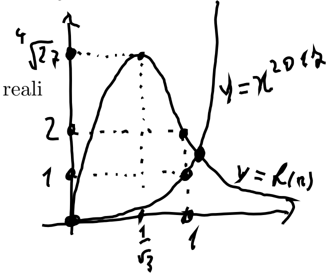
C

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

9. Data $f(x) = \sqrt[4]{1-x^2} \cdot \sqrt[3]{1-x^2} - \cos\left(\frac{x\sqrt{7}}{\sqrt{6}}\right)$, calcolare, al variare di $\alpha > 0$, $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$. $= \lim_{x \to 0^+} \frac{-\frac{77}{432}x^4}{x^\alpha}$

10. Dopo aver fatto uno studio completo della funzione al primo membro, dire quante sono le soluzioni reali dell'equazione: (2 SOL)

$$\underbrace{\frac{4\sqrt{x}}{1+x^2}}_{h(x)} = x^{2017}.$$



11. Dato l'integrale improprio $\int_4^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha(1+\sqrt{x})\ln^\beta x \ln^2(1+\sqrt{x})}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$ e $\beta = 0$; $= \frac{1}{\ln 3}$

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha \geq 0$ e $\beta \geq 0$.

SE $\alpha \geq 1$ CONVERGE $\forall \beta \geq 0$
SE $0 \leq \alpha < 1$ DIVERGE $\forall \beta \geq 0$

12. Data la serie: $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(1+\sqrt{n})^\alpha + \sin n}$

(**a**) studiarne la convergenza assoluta al variare di $\alpha > 0$; PER $\alpha > 2$ SI; PER $0 < \alpha \leq 2$ NO.

(**b**) studiarne la convergenza semplice per $\alpha = 2$. SI

Tempo: 2 ore
Punteggi: 8+10+8+8

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................

Recupero II Esonero di Analisi Mat. I

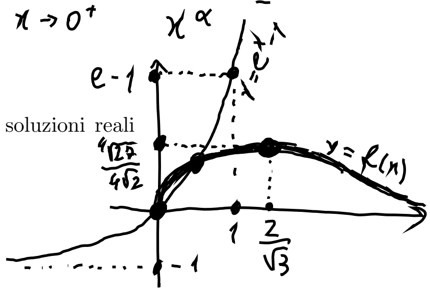
D

A.A. 2016-2017
7 Febbraio 2017

13. Data $f(x) = \sqrt[6]{1-x^2} \cdot \sqrt[3]{1-x^2} - \cos x$, calcolare, al variare di $\alpha > 0$, $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$. $= \lim_{x\to 0^+} \frac{-\frac{1}{6}x^4}{x^\alpha} =$

14. Dopo aver fatto uno studio completo della funzione al primo membro, dire $\overbrace{\text{quante sono}}^{\text{2 SOL}}$ le soluzioni reali dell'equazione:

$$\underbrace{\frac{2\sqrt{x}}{4+x^2}}_{f(x)} = e^x - 1.$$



15. Dato l'integrale improprio $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha (1+\ln x)^\beta \ln^2(1+\ln x)}\,dx$,

(**a**) calcolarlo per $\alpha = 1$ e $\beta = 1$; $= \frac{1}{\ln 2}$

(**b**) studiarne la convergenza al variare di $\alpha \geq 0$ e $\beta \geq 0$.

$$\begin{cases} \text{SE } \alpha > 1 \text{ CONVERGE } \forall \beta \geq 0 \\ \text{SE } \alpha = 1 \text{ CONVERGE SE } \beta \geq 1 \\ \text{SE } 0 \leq \alpha < 1 \text{ DIVERGE } \forall \beta \geq 0 \end{cases}$$

16. Data la serie: $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(1+(2n)^2)^\alpha + \sin n}$

(**a**) studiarne la convergenza assoluta al variare di $\alpha > 0$; PER $\alpha > \frac{1}{2}$ SI ; PER $0 < \alpha \leq \frac{1}{2}$ NO.

(**b**) studiarne la convergenza semplice per $\alpha = \frac{1}{2}$. SI

Tempo: 2 ore
Punteggi: 8+10+8+8

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................