

Analisi Matematica 1 - Prova Simulata n. 1

Argomenti: Topologia di \mathbb{R} , limiti di successioni e funzioni, continuità.

Titolo nota

www.problemisvolti.it

- 1) Sia A il dominio naturale di $f(x) = \sqrt{\sin \frac{1}{x}}$;
- trovare, se esistono, $\text{SUP}(A)$ e $\text{MAX}(A)$;
 - trovare, se esistono, $\text{INF}(A)$ e $\text{MIN}(A)$;
 - dire, motivando la risposta, se A è CHIUSO.
- 2) Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan n \right)^n \cdot n!$
- 3) Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni:
- $$\alpha_n = (2n!)^n \quad \beta_n = \left(n + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \quad \gamma_n = \left(n + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^2} \quad \delta_n = n^{n^2 + \frac{1}{\sqrt{n}}}$$
- 4) Sia data la funzione:
- $$f(x) = \begin{cases} \left(\sin \frac{1}{x}\right) \cdot \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right) & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$
- Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - Dire, motivando la risposta, se $f(x)$ è continua per $x=0$.
- 5) Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^x - 1)^2}{\ln^2 x \cdot \ln(\cos x)}$.
- (Tempo : 2h e 30 min. - Punteggi dei problemi: 6 + 6 + 8 + 6 + 6)