

# Analisi Matematica 1- Prova Simulata n. 2

Argomenti: derivazione e integrazione in 1 variabile, serie numeriche.

Titolo nota

[www.problemisvolti.it](http://www.problemisvolti.it)

1) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( \frac{1}{e} \left( 1 + \frac{4}{x} \right)^{\frac{x}{4}} - \frac{2}{\pi} \arctan \frac{x}{\pi} \right)$

2) Dire, ricorrendo eventualmente ad uno studio di funzione, quante sono le soluzioni reali dell'equazione:  $5 \ln(1+x^2) = 3x + 1$

3) Dato l'integrale improprio (contenente il parametro  $\alpha \geq 0$ ):

$$\int_3^{+\infty} \frac{1 - (\sqrt{\alpha} - 1) \cos x}{x^\alpha \sqrt{16 + x^{2\alpha}} (\ln(1+x))^{3-3\alpha}} dx$$

a) Calcolarlo per  $\alpha = 1$ .

b) Studiarne il carattere al variare di  $\alpha$  in  $(0, +\infty)$ .

c) (FACOLTATIVO) Studiarne il carattere per  $\alpha = 0$ .

4) Studiare il carattere della serie:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \sqrt{1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}} - 1 \right)$ .

5) (FACOLTATIVO) Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile 10 volte. Sapendo che il suo grafico interseca l'asse  $x$  in 11 punti, mostrare che la sua derivata decima si annulla almeno in un punto.

(Tempo: 2h e 30 min. - Punteggi dei problemi: 8 + 8 + (4+4+?) + 8+?)