Analisi Matematica 1- Prova Simulata n. 6

Topologia di R, successioni, funzioni (limiti, continuità, cont. uniforme)

Titolo nota

www.problemisvolti.it

1) Siano $f(x)=\dfrac{5}{(x-1)^3\cdot(x^2+1)}$ e $A=f^{-1}(\mathbb{N}-\{0\})$. Trovare, se esistono, $\text{INF}(A)$, $\text{SUP}(A)$, $\text{MIN}(A)$ e $\text{MAX}(A)$.

2) Confrontare gli ordini di infinitesimo delle seguenti successioni:

$$a_n=\left(\sin\frac{1}{n}\right)^{(n!)^2} \qquad b_n=\left(\tan\frac{1}{n}\right)^{(n!)^2} \qquad c_n=\left(\tan\frac{1}{n}-\sin\frac{1}{n}\right)^{((n-1)!)^2}$$

3) Data $f(x)=\dfrac{x^{\frac{1}{\sqrt{\ln x}}}-1}{\left(x^{\frac{1}{\ln^2 x}}-1\right)\cdot\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$, dire per quali $\alpha,\beta\geq 0$ si ha che $f(x)=o\left(x^\alpha \ln^\beta x\right)$, per $x\to+\infty$.

4) Data $f(x)=\sqrt[4]{x+x^5}$, stabilire se $f(x)$ e $\sin(f(x))$ siano uniformemente continue e/o lipschitziane sugli insiemi:

a) $[0,1]$

b) $[1,+\infty)$

5) Data $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, lipschitziana e tale che $f(\sqrt{n})=0$ per ogni $n\in\mathbb{N}$, mostrare che f è infinitesima per $x\to+\infty$ e dire per quali $\alpha>0$ si ha sicuramente che $f(x)=o\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)$ per $x\to+\infty$.

(Tempo: 2h e 30 min. – Punteggi dei problemi: 6 + 7 + 6 + 7 + 10)